

# **ANÁLISE NÃO LINEAR DE CONSOLAS CURTAS EM BETÃO ARMADO COM DISPOSIÇÕES DE ARMADURA NÃO REGULAMENTARES**

**ANDRÉ RIBEIRO LOPES**

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de  
**MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS**

---

Orientador: Professor Doutor Mário Jorge de Seixas Pimentel

JUNHO DE 2014

## **MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2013/2014**

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

Tel. +351-22-508 1901

Fax +351-22-508 1446



[miec@fe.up.pt](mailto:miec@fe.up.pt)

*Editado por*

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440



[feup@fe.up.pt](mailto:feup@fe.up.pt)



<http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a *Mestrado Integrado em Engenharia Civil - 2013/2014 - Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2014.*

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respetivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão eletrónica fornecida pelo respetivo Autor.

**Aos meus Pais**

*O homem é do tamanho do seu sonho*

*Fernando Pessoa*







## **AGRADECIMENTOS**

Inicialmente expresso o meu maior agradecimento ao Professor Doutor Mário Pimentel, orientador científico desta dissertação, por toda a entrega, disponibilidade e apoio que demonstrou ao longo da elaboração deste trabalho, sempre de forma cativante e motivadora.

Estou também grato aos trabalhadores do grupo LABEST e à Professora Sandra Nunes pelo acompanhamento durante a fase dos ensaios.

Agradeço em especial aos meus pais pelo apoio incondicional ao longo de todo o percurso académico.

A minha restante família também merece o meu apreço pelo apoio demonstrado ao longo de todo o percurso académico e na vida, mas com especial agradecimento para os meus primos Carlos e David, que apesar da distância proporcionaram momentos positivos que permitiram enfrentar esta etapa.

A Joana merece um enorme agradecimento por todo o apoio, carinho, afeto demonstrados ao longo desta etapa e também a sua ajuda que permitiu enfrentar este trabalho com mais motivação e confiança.

Guardo também um agradecimento especial a todos os meus amigos e colegas que me acompanharam durante todo o semestre, proporcionando bons momentos de lazer e convívio que permitiram desanuviar nas horas de maior tensão ao longo do trabalho.









## **RESUMO**

No presente trabalho efetuou-se um estudo aprofundado dos resultados de uma campanha experimental efetuada no Laboratório de Estruturas da FEUP em consolas curtas de betão armado com disposições não regulamentares ao nível da amarração das armaduras e com taxas de armadura muito elevadas, de modo a avaliar por via analítica e numérica aquilo que foi observado nos ensaios.

Como as consolas curtas são regiões de descontinuidade, os modelos de análise e dimensionamento propostos para vigas e pilares não são aplicáveis. Assim, para previsão da capacidade última dos provetes ensaiados usou-se o modelo de escoras tirantes (proposto pelo Eurocódigo 2 para este tipo de estruturas) e também uma análise numérica não linear através do método dos elementos finitos tendo em conta o comportamento não linear do betão armado.

Durante os ensaios todos os provetes apresentaram rotura por esmagamento da escora comprimida, sendo que em alguns casos a rotura terá sido eventualmente antecipada pelo escorregamento das armaduras. Em nenhum dos casos a carga de rotura é compatível com a cedência generalizada das armaduras.

A previsão da capacidade de carga por via analítica levou a resultados satisfatórios quando comparados com os dos ensaios estando geralmente do lado da segurança. Este modelo também veio confirmar o observado nos ensaios no que refere à não ocorrência de cedência generalizada das armaduras e ao modo de rotura observado em geral.

Para a simulação numérica procedeu-se inicialmente a um estudo paramétrico para definir os parâmetros de análise não linear (pois ainda não há uma definição categórica dos valores e leis constitutivas a atribuir aos mesmos). Este estudo serviu para analisar quais parâmetros e leis se devem atribuir ao modelo numérico final para que este se possa adequar às curvas carga-deformação observadas nos ensaios, de modo a traduzir o melhor possível o comportamento da consola. Após definido o modelo final procedeu-se à análise de tensões principais de compressão, padrão de fendas, modo de rotura e tensões na armadura, cujos resultados em geral confirmaram o observado nos ensaios. A exceção foi a não representação das fendas paralelas à escora diagonal comprimida, fendas essas claramente observadas nos ensaios, mas não no modelo numérico.

A comparação entre os resultados numéricos e analíticos permitiu concluir que a via analítica se enquadra com o observado na via numérica, principalmente no que diz respeito à tensão na armadura principal, ao modo de rotura e à direção das tensões principais de compressão (que validam o fluxo de tensões internas assumido), o que aumentou a validade/confiança do modelo proposto.

**PALAVRAS-CHAVE:** Betão estrutural, modelos de análise não linear, método dos elementos finitos, corte, modelos de escoras e tirante, aderência aço-betão, consolas curtas.







## **ABSTRACT**

On the present work, it was conducted a study of the results of a experimental research made in Laboratório de Estruturas at FEUP about reinforced concrete corbels with no regulatory requirements at the level of the anchorage of the reinforcement with a high reinforcement ratio, for evaluate the observations of the tests with analytical and numerical results.

Corbels are regions of discontinuity, that's why the models of analysis and design proposed for beams and columns are not apply. Thereby, for predicting the ultimate load of the test specimens has been used the strut-and-tie model (proposed by the Eurocode2 for this type of region) and also a numerical non-linear analysis through the finite element method considering the non-linear behaviour of reinforced concrete.

During the tests all the specimens showed failure by crushing of the compression strut, and some eventually have been anticipated because of the slip of the reinforcement. None of the cases presents a load failure compatible with the yielding of all the main reinforcement.

The prediction of the ultimate load by analytical way leads to satisfactory results when compared to tests which usually are on the safety side, with the exception of the model who have an anchorage failure where the resistance values estimated by the model are bigger than the results of the tests. This model also confirms what was observed in the tests regarding not yielding of the steel and the failure mode in general.

For an numerical simulation, initially was made a parametrical study to define all parameters of the non- linear analysis (because their values and constitutive laws are still undefined). This study determine which values and constitutive laws should be attributed to the numerical final model for a good adaptation of the load-deflection diagrams when compared with tests, for a better understanding of what happens in the corbel. After the final model was determined, it was analysed the principal compression stresses, crack patterns, failure mode and stress in the reinforcement, these results in general confirms the observed in the tests. An exception was the representation of the cracks parallel to the diagonal compressed strut, cracks clearly observed in the tests, but not in the numerical model.

The comparison between numerical and analytical results leads to a conclusion that the analytical procedure fits with the numerical model, principally the stresses in the main reinforcement, failure mode and the direction of the principal compression stresses (that validate the assumed internal flow of stresses), raising the confidence of the proposed analytical model.

**KEYWORDS:** Structural concrete, Models of nonlinear analysis, Finite element method, Shear, Strut-and-tie models, Bond between steel and concrete, corbels.









## ÍNDICE GERAL

<b>AGRADECIMENTOS</b> .....	i
<b>RESUMO</b> .....	iii
<b>ABSTRACT</b> .....	v
<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO .....	1
1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS .....	2
<b>2 ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE REGIÕES DE DESCONTINUIDADE</b> .....	<b>3</b>
2.1. MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES .....	3
2.1.1. <i>Enquadramento</i> .....	3
2.1.2. <i>Critérios para desenvolvimento adequado dos modelos</i> .....	5
2.1.3. <i>Dimensionamento dos modelos</i> .....	6
2.1.3.1. Método dos caminhos de carga .....	6
2.1.3.2. Escoras .....	7
2.1.3.3. Tirantes .....	7
2.1.3.4. Nós .....	8
2.1.4. <i>Aplicação do MET em consolas</i> .....	10
2.2. MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR PELO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS .....	12
2.2.1. <i>Enquadramento</i> .....	12
2.2.2. <i>Comportamento não linear do betão armado</i> .....	12
2.2.2.1. Comportamento à tração .....	12
2.2.2.2. Comportamento à compressão .....	15
2.2.2.3. Comportamento ao corte .....	18
2.2.3. <i>Modelação em elementos finitos</i> .....	19
2.2.4. <i>Modelações efetuadas em consolas em estudos da literatura</i> .....	20
<b>3 CAMPANHA EXPERIMENTAL</b> .....	<b>23</b>
3.1. OUTRAS CAMPANHAS .....	23
3.1.1. <i>Enquadramento</i> .....	23
3.1.2. <i>Modos de rotura e padrão de fendilhação</i> .....	23
3.1.3. <i>Capacidade de carga</i> .....	25
3.1.4. <i>Curvas carga-deformação e carga-extensão</i> .....	29
3.2. CAMPANHA EXPERIMENTAL .....	30
3.2.1. <i>Enquadramento</i> .....	31
3.2.2. <i>Geometria dos provetes e detalhe armaduras</i> .....	31
3.2.3. <i>Caracterização dos materiais</i> .....	32
3.2.3.1. Betão .....	32
3.2.3.2. Aço .....	34

3.2.4. Fabrico e calendarização .....	35
3.2.5. Procedimento de ensaio e instrumentação .....	37
3.3. RESULTADOS .....	41
3.3.1. Capacidade de carga .....	41
3.3.2. Previsão da capacidade de carga via analítica .....	43
3.3.3. Padrão de fendas e modo de rotura .....	51
3.3.4. Curvas carga-deformação e carga-extensão .....	54
<b>4 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS.....</b>	<b>57</b>
4.1. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS .....	57
4.1.1. Enquadramento .....	57
4.1.2. Geometria e condições de fronteira.....	57
4.1.3. Elementos finitos.....	58
4.1.4. Propriedades materiais.....	60
4.1.4.1. Betão .....	60
4.1.4.2. Armaduras, chapa de aço e neoprene (elemento de interface) .....	63
4.2. ESTUDO PARAMÉTRICO.....	65
4.2.1. Enquadramento .....	65
4.2.2. Estudo largura de influência do apoio .....	65
4.2.3. Variações relativamente ao modelo base e respetivas análises.....	69
4.2.3.1. Apresentação dos diversos modelos .....	69
4.2.3.2. Modelação da resistência efetiva do betão e da aderência na armadura principal .....	70
4.2.3.3. Resultados do estudo paramétrico.....	71
4.2.3.4. Modelação para a classe de resistência C50.....	77
4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS DOS MODELOS SELECIONADOS.....	79
4.3.1. Enquadramento .....	79
4.3.2. Classe de resistência C35 .....	79
4.3.2. Classe de resistência C50 .....	84
<b>5 CONCLUSÕES .....</b>	<b>91</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>93</b>
<b>Anexos .....</b>	<b>97</b>
<b>Anexo A: Fotografias dos provetes na rotura e resultados dos ensaios .....</b>	<b>97</b>
<b>Anexo B: Disposição de armaduras nos provetes ensaiados.....</b>	<b>117</b>
<b>Anexo C: Tabelas de apoio à Previsão analítica da capacidade de carga.....</b>	<b>119</b>

## ÍNDICE DE FIGURAS

Fig. 2.1 – Princípio de Saint Venant: (a) autoequilíbrio de um corpo afetado por forças concentradas na sua superfície; (b) aplicação a uma barra prismática com forças na face de extremidade [1] .....	4
Fig. 2.2 – Exemplos de divisão entre <i>B-Regions</i> e <i>D-Regions</i> [2].....	4
Fig. 2.3 – Geometria MET [1]: (a) Método dos caminhos de carga; (b) Método dos caminhos de carga com auxílio a uma análise de elementos finitos .....	6
Fig. 2.4 – Configurações da escora de compressão [1]: (a) “The fan”; (b) “The bottle”; (c) “The prism” .....	7
Fig. 2.5 – Nós do tipo CCC com diferentes geometrias [2] .....	9
Fig. 2.6 – Diferentes geometrias para nós do tipo CCT [2] .....	9
Fig. 2.7 – Exemplo de um nó CTT [1] .....	9
Fig. 2.8 – Vários modelos para a consola [5]: (a) Modelo direto; (b) Modelo de tirante horizontal; (c) Modelo combinado; (d) Detalhe do nó de transição consola/pilar .....	11
Fig. 2.9 – Exemplo de disposição de armaduras do modelo combinado segundo o EC2 [7] ..	11
Fig. 2.10 – Comportamento betão à tração [9]: (a) Zona de fratura; (b) Curva tensão-extensão na zona de fratura; (c) Curva tensão-extensão fora da zona de fratura .....	13
Fig. 2.11 – Critérios de localização de deformações [10]: (a) Peça sujeita a esforço de tração com zona de fratura identificada; (b) Modelo de fendas fictícias; (c) Modelo de fendilhação em banda; (c) modelos de campos de extensões contínuos ( <i>non local continuum models</i> ). ..	13
Fig. 2.12 – Modelo de fenda fictícia [10]: (a) Ilustração da FPZ e localização da fenda fictícia; (b) Curvas tensão-extensão fora da FPZ e tensão-abertura na FPZ.....	14
Fig. 2.13 – Explicação gráfica do modelo de fendilhação em banda [10] .....	15
Fig. 2.14 – Efeito de <i>tension stiffening</i> [10] .....	15
Fig. 2.15 – Fenómeno de amolecimento do betão em compressão (adaptado de [19]: (a) Ilustração do modelo de Markeset e Hillerborg [19]; (b) Composição da curva tensão-extensão.....	16

Fig. 2.16 – Superfícies de rotura e modos de rotura para estados de tensão multiaxiais: (a) Definição das superfícies de rotura e respostas estruturais para condições de tensão axissimétricas [20]; (b) Estados de tensão biaxiais que levam à rotura [21] .....	17
Fig. 2.17 – Transferência de tensões de corte através de fendas [10]: (a) <i>Push of test</i> ; (b) Notação .....	18
Fig. 2.18 – Fendas adicionais secundárias e mecanismo de transferência de carga na presença de armaduras aderentes deformáveis [10] .....	18
Fig. 2.19 – Descrição cinemática do campo de deslocamentos [10]: (a) Descontinuidades fortes; (b) Descontinuidades fracas; (c) Sem descontinuidades .....	19
Fig. 2.20 – Comparação com os resultados experimentais das curvas carga-deformação (esquerda) e carga-extensão (direita) para vários refinamentos de malha [3] .....	20
Fig. 2.21 – Simulação numérica dos ensaios: (a) Padrão de fendas e modo de rotura do ensaio; (b) Tensões principais de compressão e extensões transversais; (c) Padrão de fendas e extensões principais mínimas (adaptado de [3]) .....	21
Fig. 2.22 – Simulação numérica dos ensaios de Fattuhi [24] (adptado de [25]) .....	21
Fig. 3.1 - Consola ensaiada por Fattuhi [24] com rotura por flexão .....	24
Fig. 3.2 - Consola ensaiada por Fattuhi [24] com rotura por corte .....	24
Fig. 3.3 - Rotura por esmagamento da escora comprimida segundo Foster S.J. et al [28] ...	25
Fig. 3.4 - Variação da capacidade de carga ( $V_u$ ) com o número de estribos, resistência do betão ( $f_c$ ) e percentagem de armadura ( $p_w$ ) segundo Aziz et al [29] .....	26
Fig. 3.5 – Mecanismo de resistência do Método de <i>Shear Friction</i> para consolas [3] .....	27
Fig. 3.6 - Relação entre o valor da tensão calculada pelo ACI (eixo dos $yy$ ) e o valor da tensão de vários resultados experimentais (eixo dos $xx$ ) [31] .....	28
Fig. 3.7 - Razão carga experimental e carga de cálculo para diferentes resistências de betão ( $f_c$ ) e diferente razão $a/d$ , segundo Hwang et al [32] .....	29
Fig. 3.8 – Curvas carga-extensão e carga deslocamento para rotura por cedência das armaduras e rotura por compressão segundos estudos de Foster et al [28] .....	30
Fig. 3.9 – Detalhe de soldadura segundo o ACI [30] .....	31

Fig. 3.10 – Geometria dos provetes ensaiados [34] .....	32
Fig. 3.11 - Prensa Universal MST: Ensaio de compressão (esquerda) e modo de rotura observado (direita) [34].....	33
Fig. 3.12 – Armadura pronta a colocar na cofragem [34].....	36
Fig. 3.13 – Detalhe da soldadura [34] .....	36
Fig. 3.14 – Cofragem utilizada [34].....	37
Fig. 3.15 – Betonagem das consolas [34] .....	37
Fig. 3.16 – Betonagem dos provetes cilíndricos [34].....	37
Fig. 3.17 – Máquina de ensaio [34] .....	38
Fig. 3.18 – Arranjo experimental [34] .....	38
Fig. 3.19 – Posicionamento de um provete na máquina de ensaio [34].....	39
Fig. 3.20 – Detalhe da zona dos apoios [34].....	39
Fig. 3.21 – Instrumentação utilizada: (a) Transdutores de deslocamento (LVDT's); (b) Extensómetros colados na armadura dos provetes não soldados; (c) Extensómetros colados na armadura dos provetes soldados [34] .....	40
Fig. 3.22 – Detalhe de dois extensómetros colados nas armaduras principais de um provete soldado, antes da selagem com resina epoxy [34].....	41
Fig. 3.23 - Cargas de rotura versus resistência do betão: (a) Carga de rotura por consola; (b) Tensão de corte normalizada [34] .....	42
Fig. 3.24 - Tensão de corte normalizada versus recobrimento vertical .....	43
Fig. 3.25 – Modelo de escoras e tirantes proposto .....	44
Fig. 3.26 - Equilíbrio dos nós (consola da esquerda): (a) Nó do apoio da consola; (b) Nó de transição consola/pilar .....	44
Fig. 3.27 – Equilíbrio das forças no modelo e algumas dimensões .....	45
Fig. 3.28 – Geometria do modelo para definição de $a_3$ .....	47
Fig. 3.29 – Explicação do comprimento de amarração disponível .....	49

Fig. 3.30 - Razão entre a carga experimental e a carga prevista pelo modelo proposto consoante a classe de resistência do betão .....	51
Fig. 3.31 - Evolução do padrão de fendas durante o ensaio no modelo C50-P2 (Forças em kN) .....	52
Fig. 3.32 - Evolução do padrão de fendas durante o ensaio no modelo C50-P5S (Forças em kN) .....	53
Fig. 3.33 – Fenda que surgiu a meia espessura da consola.....	53
Fig. 3.34 - Curvas carga-deformação e carga-extensão: (a) modelos C35; (b) modelos C50 [34].....	55
Fig. 4.1 - Geometria do modelo e condições de fronteira.....	58
Fig. 4.2 - Elemento finito de 8 nós do tipo CQ16M para avaliar estados planos de tensão [35] .....	58
Fig. 4.3 - Elemento de interface CL12I: (a) topologia; (b): deslocamentos nodais [35] .....	59
Fig. 4.4 - Exemplo da ligação entre um elemento CL12I e um elemento CQ16M [35].....	59
Fig. 4.5 - Malha de elementos finitos do modelo simplificado.....	59
Fig. 4.6 - Malha de elementos finitos do modelo completo .....	60
Fig. 4.7 – Auxílio ao cálculo da largura da banda fendilhada: (a) Largura prévia da banda fendilhada; (b) Largura da banda fendilhada total [10].....	61
Fig. 4.8 - Curva de <i>tension softening</i> proposta por Hordijk [35].....	62
Fig. 4.9 - Curva de retenção de tensões de corte após fendilhação usada no modelo [35] ..	62
Fig. 4.10 – Curva de comportamento do betão à compressão usada no modelo [35].....	63
Fig. 4.11 – Definição dos parâmetros de análise não linear do neoprene: (a) tensões normais “vs” deslocamentos relativos normais; (b) tensões tangenciais “vs” deslocamentos relativos tangenciais.....	64
Fig. 4.12 – Dobra das chapas que permitem uma distribuição das cargas do apoio.....	66
Fig. 4.13 – Deslocamentos na chapa de neoprene para obter os deslocamentos normais relativos.....	66



Fig. 4.14 - Estimativa da largura de carregamento do apoio para a 1ª iteração .....	67
Fig. 4.15 – Curvas carga-deformação para comparar MODBASE e MODCHAPA: (a) deslocamentos verticais; (b) deslocamentos horizontais.....	68
Fig. 4.16 - Deslocamentos em pontos opostos da chapa de neoprene para obter os deslocamentos normais relativos.....	68
Fig. 4.17 - Estimativa da largura de carregamento do apoio para a 2ª iteração .....	69
Fig. 4.18 – Curva colocada no modelo numérico para simular o fator redutor da resistência à compressão do betão .....	70
Fig. 4.19 – Relação da tensão de aderência “vs” escorregamento [14].....	71
Fig. 4.20 – Curvas carga-deformação para deslocamentos verticais dos vários modelos ....	72
Fig. 4.21 - Curvas carga-deformação para deslocamentos verticais dos vários modelos .....	73
Fig. 4.22 – Curvas carga-deformação para o deslocamento vertical dos modelos selecionados e das curvas experimentais.....	74
Fig. 4.23 - Curvas carga-deformação para o deslocamento horizontal dos modelos selecionados e das curvas experimentais.....	75
Fig. 4.24 – Comparação dos modelos MOD4 e MOD4* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais .....	76
Fig. 4.25 - Comparação dos modelos MOD4 e MOD4* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais .....	76
Fig. 4.26 - Comparação dos modelos MOD50 e MOD50* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais.....	78
Fig. 4.27 - Comparação dos modelos MOD50 e MOD50* com as curvas experimentais para os deslocamentos horizontais .....	79
Fig. 4.28 - Sobreposição das fendas observadas no ensaio com o obtido pelo modelo numérico no programa de cálculo DIANA para a classe de resistência C35 .....	80
Fig. 4.29 – Forças internas nas armaduras.....	81
Fig. 4.30 – Forças internas ao longo da armadura principal .....	81

Fig. 4.31 – Mapa de tensões principais de compressão no momento em que a tensão no betão atingiu os 30MPa, com uma carga de $F \approx 819\text{kN}$ .....	82
Fig. 4.32 – Explicação esmagamento do nó: (a) Extensões principais no momento de esmagamento do nó; (b) Tensões principais de compressão no momento de esmagamento do nó; (c) Extensões principais na rotura; (d) Tensões principais na rotura.....	83
Fig. 4.33 – Tensões principais de compressão na rotura: (a) Vetores com as direções das tensões principais; (b) Mapa de tensões .....	83
Fig. 4.34 – Deformada da peça na rotura.....	84
Fig. 4.35 - Sobreposição das fendas observadas no ensaio com o obtido pelo modelo numérico no programa de cálculo DIANA para a classe de resistência C50 .....	85
Fig. 4.36 – Forças internas nas armaduras.....	86
Fig. 4.37 – Forças internas ao longo da armadura principal .....	86
Fig. 4.38 - Explicação rotura do nó: (a) Extensões principais no momento de esmagamento do nó; (b) Tensões principais de compressão no momento de esmagamento do nó; (c) Extensões principais na rotura; (d) Tensões principais na rotura.....	87
Fig. 4.39 - Tensões principais de compressão na rotura: (a) Vetores com as direções das tensões principais; (b) Mapa de tensões .....	87
Fig. 4.40 – Deformada da peça na rotura.....	88
Fig. 4.41 – Estado de tensão biaxial tração-compressão real e simplificado e respectivas trajetórias de tensões (adaptado de [1]Sclhaich et al) .....	89

## **ÍNDICE DE QUADROS (OU TABELAS)**

Tabela 3.1 - Resistência à compressão uniaxial avaliada ao longo do tempo [34] .....	34
Tabela 3.2 - Propriedades mecânicas dos varões ensaiados (valores médios) [34] .....	35
Tabela 3.3 - Datas de betonagem e de ensaios dos provetes [34] .....	35
Tabela 3.4 – Resultados experimentais [34] .....	42
Tabela 3.5 - Comparação entre $l_{b,prov}$ e $l_{b,rq}$ .....	49



## SÍMBOLOS, ACRÓNIMOS E ABREVIATURAS

$A_s$	– Armadura do tirante [ $m^2$ ]
$A_{st}$	– Armadura transversal à escora de compressão [ $m^2$ ]
$A_{vf}$	– Armadura de <i>shear friction</i> [ $m^2$ ]
$a$	– Vão da consola [ $m$ ]
$a_i$	– Largura de influência do campo de tensões de compressão $i$ na fronteira da região nodal [ $m$ ]
$b$	– Largura da consola [ $m$ ]
$b_2$	– Largura de carregamento da consola [ $m$ ]
$b_{ap}$	– Largura de apoio da consola [ $m$ ]
$c_h$	– Recobrimento horizontal para as armaduras principais [ $m$ ]
$c_v$	– Recobrimento vertical para as armaduras principais [ $m$ ]
$D_{max}$	– Dimensão máxima do agregado [ $mm$ ]
$d$	– Altura útil da consola [ $m$ ]
$E$	– Módulo de elasticidade do betão [ $GPa$ ] ou neoprene [ $MPa$ ]
$E_s$	– Módulo de elasticidade do aço [ $GPa$ ]
$F$	– Reação no apoio da consola pelo MET [ $kN$ ]
$F_{ced}$	– Força de interna nas armaduras que provoca a cedência [ $kN$ ]
$F_{esc}$	– Força de compressão na escora [ $kN$ ]
$F_i$	– Força na escora ou tirante $i$ [ $kN$ ]
$F_u$	– Capacidade de carga da consola no ensaio [ $kN$ ]
$f_c$	– Resistência à compressão do betão [ $MPa$ ]
$f_{c1}$	– Resistência efetiva plástica à compressão do betão num nó CCC [ $MPa$ ]
$f_{c2}$	– Resistência efetiva plástica à compressão do betão num nó CCT [ $MPa$ ]
$f_{cd}$	– Resistência à compressão de cálculo do betão [ $MPa$ ]
$f_{c,eff}$	– Resistência à compressão efetiva do betão [ $MPa$ ]
$f_{c,is}$	– Resistência à compressão do betão na estrutura (in-situ) [ $MPa$ ]
$f_{ck}$	– Resistência à compressão característica do betão [ $MPa$ ]
$f_{cm}$	– Resistência à compressão média do betão [ $MPa$ ]
$f_{ct}$	– Resistência à tração do betão [ $MPa$ ]
$f_t$	– Resistência à tração do aço [ $MPa$ ]
$f_{vm}$	– Tensão de cedência média das armaduras [ $MPa$ ]
$f_y$	– Tensão de cedência do aço [ $MPa$ ]

$G$  – Módulo de distorção do neoprene [MPa]

$G_F$  – Energia de fratura [N/m]

$G_{F0}$  – Energia de fratura base [N/m]

$G_c$  – Energia de fratura em compressão [N/m]

$h$  – Largura de banda fendilhada prévia ou altura da consola [m]

$h_t$  – Largura de banda fendilhada total [m]

$jd$  – Braço da consola para resistir ao momento fletor [m]

$lb, prov$  – Comprimento de amarração disponível [m]

$lb, rq$  – Comprimento de amarração requerido [m]

$l_i$  – Comprimento da escora ou tirante  $i$  [m]

$s$  – Escorregamento das armaduras [m]

$T$  – Força de tração no tirante [kN]

$u(x)$  – Campo de deslocamentos [m]

$V_n$  – Previsão da resistência da consola segundo o ACI [kN]

$V_{n1}$  – Previsão da resistência da consola segundo a teoria de *Shear Friction* [kN]

$V_{n2}$  – Previsão da resistência da consola pelo equilíbrio de momentos [kN]

$w$  – Abertura da FPZ [m]

$\alpha$  – Ângulo da fenda em relação à vertical [°]

$\beta$  – Fator de retenção de tensões de corte [-]

$\gamma_{nt}$  – Distorção no plano da fenda [-]

$\Delta\mu_n$  – Deslocamentos relativos normais no neoprene [m]

$\Delta\mu_t$  – Deslocamentos relativos tangenciais no neoprene [m]

$\varepsilon_{cr}$  – Extensão no betão no momento da abertura da primeira fenda [-]

$\varepsilon_{mi}$  – Extensão média da escora ou tirante  $i$  [-]

$\varepsilon_n$  – Extensão transversal de tração [-]

$\varepsilon_u$  – Extensão do aço para a carga última [-]

$\theta$  – Ângulo da escora em relação à horizontal [°]

$\mu$  – Coeficiente de *Shear Friction* [-]

$v'$  – Coeficiente de redução à compressão do betão devido à fendilhação segundo o EC2 [-]

$v$  – Coeficiente de Poisson [-]

$\sigma_{c,ap}$  – Tensão de compressão no apoio [MPa]

$\sigma_{ci}$  – Tensão de compressão no campo de tensões de compressão na fronteira da região nodal [MPa]

$\sigma_{c,max}$  – Resistência máxima à compressão do betão na região nodal [MPa]

$\sigma_n$  – Tensão normal no neoprene [MPa]

$\sigma_s$  – Tensão nas armaduras [MPa]

$\zeta_e$  – Coeficiente de amolecimento [-]

$\rho$  – Taxa de armadura [%]

$\emptyset$  – Diâmetro varão [mm]

$\omega$  – Taxa mecânica de armadura [-]

$\tau$  – Tensão tangencial no neoprene / tensão de aderência aço-betão [MPa]

$\tau_f$  – Tensão aderente residual [MPa]

$\tau_{max}$  – Tensão de aderência máxima [MPa]

$\tau_{nt}$  – Tensão tangencial à fenda [MPa]

ACI – American Concrete Institute

EC2 – Eurocódigo 2

MEF – Método dos Elementos Finitos

MET – Modelo de Escoras e Tirantes





# 1

## INTRODUÇÃO

### 1.1. ENQUADRAMENTO DO TEMA E OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

As consolas curtas são elementos estruturais geralmente projetadas a partir de paredes ou pilares utilizadas normalmente para apoiar outras partes da estrutura, como por exemplo vigas ou caminhos de rolamento de pontes rolantes. Em pré-fabricação as consolas de betão armado são muito comuns. São caracterizadas pela sua razão entre o vão e a altura útil ( $a/d$ ) ser pequena, o que leva a que o comportamento seja predominantemente controlado pelo corte em vez da flexão.

As consolas são principalmente dimensionadas para resistir ao estado limite último devido a uma força de corte  $V$  aplicado pelo elemento à qual a consola dá apoio, e a uma força horizontal  $N$  devida a forças de lacete das pontes rolantes, ou efeitos de fluência, retração ou variações de temperatura nas vigas. A componente vertical da força é geralmente a mais importante no dimensionamento.

Por se tratar de uma região de descontinuidade não é possível aplicar a hipótese de Bernoulli no seu dimensionamento, sendo que para projetar este tipo de elemento estrutural é usual o uso de ferramentas como o Modelo de Escoras e Tirantes, métodos empíricos e análises com elementos finitos para melhor interpretação dos mecanismos de resistência da consola, sendo as duas primeiras ferramentas analíticas e a última uma ferramenta numérica.

Os modelos analíticos referidos são muito usuais devido à sua simplicidade e facilidade de aplicação, podendo servir essencialmente como base de dimensionamento ou meramente como pré-dimensionamento antes de uma análise numérica mais rigorosa. No presente trabalho só se vai utilizar o Modelo de Escoras e Tirantes para se efetuar uma análise analítica pois trata-se de um método intuitivo e racional no que respeita à tradução dos mecanismos internos de transferência de carga da estrutura.

O uso da simulação numérica em obras de engenharia civil é cada vez mais usual e eficaz na resolução de problemas. Apesar desta forte ajuda no cálculo estrutural, esta ferramenta só é válida se a modelação for efetuada com os parâmetros que caracterizam devidamente o comportamento dos materiais e as suas leis constitutivas forem bem definidas de modo a que os resultados obtidos não fiquem prejudicados por uma má escolha do projetista no ato de modelação. Dada a dificuldade na seleção dos parâmetros mais adequados, o estudo deste tipo de estruturas normalmente baseia-se em análises experimentais prévias para poder definir os parâmetros de análise não linear do betão armado através de estudos paramétricos, de modo a traduzir de forma correta o comportamento da estrutura.

No presente trabalho serão então analisadas uma série de consolas curtas que foram ensaiadas até à rotura no laboratório de estruturas da FEUP e serão discutidos os seus resultados no que respeita à

capacidade de carga, padrão de fendas e modo de rotura. Estas consolas caracterizam-se por uma percentagem de armadura muito elevada e pela deficiente amarração desta armadura.

Tendo em conta os resultados obtidos nos ensaios vai proceder-se a uma interpretação analítica pelo Modelo de Escoras e Tirantes atrás referido e a uma interpretação numérica através do programa de cálculo DIANA de modo a traduzir o comportamento observado na campanha experimental, no que respeita à fendilhação, cedência das armaduras e a sua aderência com o betão, esmagamento do betão, entre outros aspetos que surgem da análise não linear de estruturas de betão armado.

## **1.2. ORGANIZAÇÃO EM CAPÍTULOS**

A presente dissertação encontra-se dividida em 5 capítulos, sendo o primeiro a Introdução onde se procura definir os assuntos que vão ser desenvolvidos ao longo deste trabalho.

O segundo capítulo consiste numa introdução teórica aos modelos que vão ser utilizados nos capítulos seguintes, de modo a oferecer ao leitor um bom enquadramento da matéria em análise e também uma revisão bibliográfica dos temas em questão. Inicialmente encontram-se explicadas as bases teóricas dos Modelos de Escoras e Tirantes, no que respeita à sua formulação e dimensionamento. Por fim é efetuada uma revisão sobre análise não linear de estruturas de betão armado através de elementos finitos, sendo explicados os principais efeitos a ter em conta e também fazendo uma revisão bibliográfica de análises não lineares de consolas de betão armado através de elementos finitos.

No terceiro capítulo é apresentada inicialmente uma revisão bibliográfica sobre campanhas experimentais do género da analisada neste trabalho presentes na literatura e as principais conclusões que se obtiveram relativamente a modos de rotura e respetivos padrões de fendilhação, parâmetros que influenciam a resistência final da peça, entre outras. Após essa análise são apresentados todos os aspetos observados nos ensaios realizados no âmbito deste trabalho, sendo inicialmente explicadas as características dos materiais utilizados e procedimentos de ensaio seguida da apresentação de resultados (padrão de fendas, curvas carga-deslocamento e carga-extensão, modo de rotura, entre outros). Após esta apresentação dos ensaios, vai efetuar-se uma análise através do Modelo de Escoras e Tirantes proposto que vai tentar traduzir o fluxo das forças no interior da estrutura e determinar a capacidade de carga e modo de rotura, avaliando se o modelo é ou não conservativo e se pode ser aplicado a outras estruturas do mesmo tipo.

No quarto capítulo é efetuada uma análise numérica das consolas ensaiadas. Através desta análise vai procurar-se uma análise mais sofisticada do que sucede na estrutura, começando por um estudo paramétrico que tem em vista o ajuste dos vários parâmetros de análise não linear de modo a que o comportamento da estrutura nos ensaios seja bem traduzido. Com esta ferramenta procurar-se-á comparar o padrão de fendas, modo de rotura, tensões na armadura com o observado nos ensaios. A análise numérica através das tensões na armadura e com a análise das direções das tensões principais também permite avaliar se o método analítico foi proposto ou não de forma correta.

Por último, no quinto capítulo são apresentadas as principais conclusões sobre este trabalho, indicando os efeitos que foram bem traduzidos ao longo do mesmo e também alguns aspetos que devem ser tomados em conta em análises futuras do género deste trabalho.

## 2

# ANÁLISE E DIMENSIONAMENTO DE REGIÕES DE DESCONTINUIDADE

### 2.1. MODELOS DE ESCORAS E TIRANTES

#### 2.1.1. ENQUADRAMENTO

O Modelo de Escoras e Tirantes (MET) é um modelo refinado do Modelo de Treliça proposto por Ritter e Mörsch que permite uma interpretação do comportamento de estruturas de betão armado. Este pode-se aplicar em todo o tipo de estruturas, sendo que Schlaich et al [1] dividiram as estruturas em dois tipos de regiões: *B-regions* e *D-Regions*.

As designadas regiões de continuidade (*B-regions*) são as regiões que podem ser dimensionadas pela hipótese de Bernoulli que assume uma distribuição linear de extensões ao longo de toda a secção, podendo assim determinar-se os seus esforços internos através dos momentos fletores, esforço transversal e axial determinados por sistemas externos estáticos ou hiperestáticos. Quando não fendilhado, as tensões no betão podem ser calculadas pela teoria da flexão para comportamento linear elástico do material. Quando fendilhado, podem aplicar-se o modelo de treliça ou modelos preconizados nos códigos para dimensionamento de vigas [2].

As regiões de descontinuidade (*D-Regions*) são regiões onde a distribuição de extensões é significativamente não linear. Este tipo de regiões são caracterizadas por descontinuidades ou perturbações, onde não se pode aplicar as expressões de dimensionamento preconizadas nos códigos para as peças lineares [2], sendo que o MET é o modelo aconselhado para descrever o fluxo das forças internas, traduzindo os campos de tensões de compressão e de tração que convergem em nós. Após a ocorrência de fendilhação, os vários elementos de betão apresentam rigidezes diferentes consoante a direção em análise, pelo que se deve ter em conta a interação de modelos distintos para os diferentes planos através de adequadas condições de fronteira [1]. Neste tipo de regiões não se pode aplicar os procedimentos baseados na teoria das vigas de Bernoulli, pois não são adequados e levam a resultados que não estão do lado da segurança. Isto deve-se ao facto de nestas regiões existirem estados de tensão complexos principalmente gerados por deformações de corte [3].

Como as regiões de continuidade e de descontinuidade se encontram presentes na mesma estrutura, é necessário efetuar-se a divisão de ambas as regiões, sendo que os esforços nas regiões D são determinados pelas forças localizadas (ou apoios) que levam à perturbação e pelos esforços resultantes do dimensionamento das regiões B adjacentes. Essa divisão é feita tendo em conta o Princípio de Saint Venant que refere que as zonas de dissipação de perturbações são definidas com base na altura do membro [1].

Nas figuras 2.1 e 2.2 surgem, respetivamente, a representação do Princípio de Saint Venant e alguns exemplos de divisões das regiões atrás referidas.

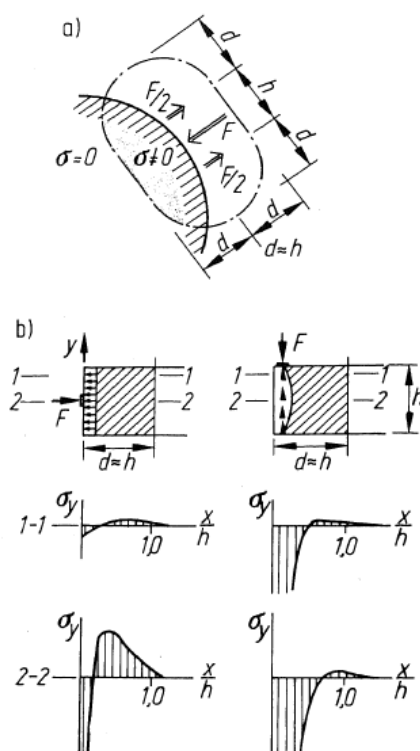


Fig. 2.1 – Princípio de Saint Venant: (a) autoequilíbrio de um corpo afetado por forças concentradas na sua superfície; (b) aplicação a uma barra prismática com forças na face de extremidade [1]

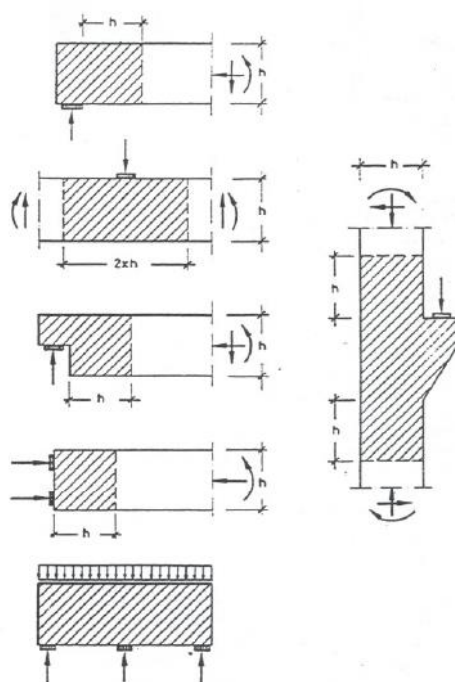


Fig. 2.2 – Exemplos de divisão entre *B-Regions* e *D-Regions* [2]

O MET é um modelo de análise plástica que representa uma imagem da rotura, independentemente da forma como a mesma ocorreu.

Quando se pretende verificar os estados limites último e de serviço com o mesmo modelo deve orientar-se a geometria do mesmo procurando aproximar o caminho das tensões elásticas e dimensionar a estrutura segundo a teoria da plasticidade [1].

Em modelos mais complexos, o MET pode ser generalizado de forma a satisfazer não só o equilíbrio, mas também a compatibilidade de extensões e as leis constitutivas do betão fendilhado [4]. No entanto, estas considerações iriam retirar a principal vantagem deste modelo, que é a sua simplicidade. No presente trabalho os modelos a utilizar vão ser os mais simples e intuitivos, pelo que se vai ilustrar o uso de modelos que apenas usam as condições de equilíbrio e os princípios de minimização de energia para estabelecer os fluxos de forças internas. A experiência e conhecimento são essenciais na elaboração deste tipo de modelos.

## 2.1.2. CRITÉRIOS PARA DESENVOLVIMENTO ADEQUADO DOS MODELOS

O MET assume que a estrutura é dimensionada de acordo com o teorema limite inferior da teoria da plasticidade, isto é, qualquer carga que corresponda a um campo de tensões estaticamente admissível é menor ou igual à carga de colapso da estrutura [5]. A teoria da plasticidade permite uma maior capacidade de carga, mas no entanto pode levar a valores de aberturas de fendas em serviço significativas, pelo que durante a construção do modelo se deve tentar conjugar a teoria da plasticidade e a teoria da elasticidade. Deve também seguir-se a teoria da elasticidade para que não surjam fendas enviesadas na escora, pois podem ser muito prejudiciais [2]. É necessário também ter em atenção os limites de deformações plásticas do betão quando se está a dimensionar, pois a capacidade máxima de deformação do betão não pode ser atingida em nenhum momento antes de se alcançar o estado de tensão que leva à rotura assumida no modelo [2], de modo a permitir um comportamento dúctil.

Devido à grande quantidade de modelos possíveis, torna-se necessário definir qual o modelo mais apropriado. Assim, Zhi-Qi He et al [5] definiram três critérios que podem ser usados na seleção do modelo:

- Critério de padrão de tensões elásticas: Este critério é o menos usado apesar de permitir verificar com o mesmo modelo o estado limite último e de serviço, pois como a distribuição de tensões elásticas neste tipo de regiões é difícil de determinar e altera com o progresso da fendilhação, dificulta a criação de um modelo simples que o traduza, pelo que não será discutido no presente trabalho.
- Critério da resistência máxima: Tal como o nome do critério indica, refere que se deve selecionar o modelo que leve a maior resistência final da estrutura.
- Critério da mínima energia de deformação: Segundo este critério, escolhe-se o modelo que tiver o mínimo caminho de forças e a menor energia de deformação. Uma vez que a armadura é muito mais deformável que o betão, considera-se que o melhor modelo é aquele que apresentar tirantes em menor quantidade e mais curtos [2]. Schlaich et al propuseram uma fórmula simples (equação 2.1) para determinar qual o modelo que melhor se adapta. Os autores definiram também que pode desprezar-se a contribuição das escoras de betão, pelas razões apresentadas anteriormente sobre a sua menor deformação

$$\sum F_i l_i \varepsilon_{mi} = \text{mínimo} \quad (2.1)$$

sendo que  $F_i$  representa a força,  $l_i$  o comprimento e  $\varepsilon_{mi}$  a extensão média na escora ou tirante  $i$ .

### 2.1.3. DIMENSIONAMENTO DOS MODELOS

#### 2.1.3.1. Método dos caminhos de carga

O primeiro passo na elaboração de um modelo é o cálculo do equilíbrio externo de modo a obter as reações dos apoios para posteriormente se proceder ao equilíbrio entre as forças externas e as forças internas.

Um dos métodos usualmente utilizado para definir a geometria do modelo é o método dos caminhos de carga. Este método sugere/interpreta o caminho que a carga percorre desde a sua aplicação até à sua reação para definir a posição das escoras e tirantes. Está análise é também possível quando se efetua uma análise linear de elementos finitos [1], colocando as escoras e tirantes no centro de gravidade dos diagramas de tensões elásticas de compressão e tração, respetivamente, e com a direção da resultante desse diagrama.

Um dos princípios essenciais deste método é que os caminhos de carga nunca se podem cruzar. [1]

Na figura 2.3 surge um exemplo da aplicação do método dos caminhos de carga para a definição da posição e direção das escoras e tirantes, por via intuitiva e por via numérica.

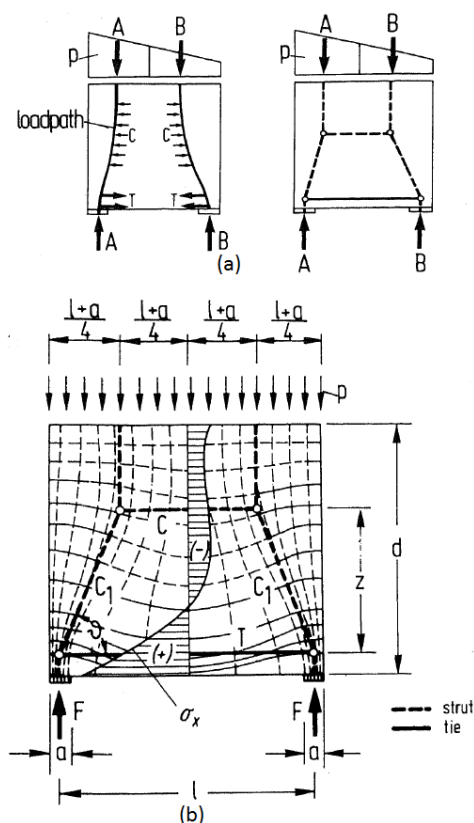


Fig. 2.3 – Geometria MET [1]: (a) Método dos caminhos de carga; (b) Método dos caminhos de carga com auxílio a uma análise de elementos finitos

Tal como o nome indica, o modelo de escoras e tirantes é baseado em campos de tensões de compressão e tração (escoras e tirantes, respetivamente) que se encontram em nós, sendo então estes os 3 parâmetros essenciais na elaboração do mesmo.

### 2.1.3.2. Escoras

As escoras representam os campos de tensões de compressão, sendo que apresentam essencialmente as configurações representadas na figura 2.4.

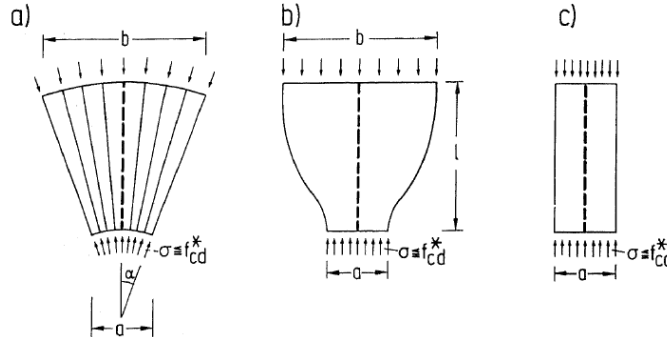


Fig. 2.4 – Configurações da escora de compressão [1]: (a) “The fan”; (b) “The bottle”; (c) “The prism”

Das 3 configurações representadas, a prismática (figura 2.4 (c)) é usual em regiões de continuidade, sendo que o mais usual considerar em regiões de descontinuidade é a que se assemelha a um efeito de garrafa (figura 2.4 (b)) pois é a que melhor reproduz o campo de tensões associado à disseminação das tensões de uma zona com carga concentrada para o contínuo.

Com esta configuração surgem extensões transversais de tração, o que pode causar fendilhação e até levar a uma rotura prematura. Por esta razão os códigos aconselham a colocação de armadura na direção transversal à escora (distribuída ao longo da mesma) de modo a reduzir os efeitos negativos das extensões transversais e assim melhorar o desempenho da escora. Um valor razoável de armadura a colocar transversalmente à escora é dado pela equação 2.2 [6].

$$A_{st} \geq \frac{(30 \text{ a } 40\%)*F_{esc}}{f_y} \quad (2.2)$$

Com a utilização da armadura referida na equação 2.2 e verificando a tensão de compressão da escora na região nodal é suficiente para garantir a segurança da escora. Este facto constata-se observando a figura 2.4 (b), pois na zona nodal a largura de influência da escora é menor que na zona de maiores extensões transversais, pelo que a tensão será maior na região nodal.

Schlaich et al [1] sugerem que a inclinação da escora ( $\theta$ ) em relação à horizontal seja superior a  $45^\circ$  (de preferência  $60^\circ$ ) de modo a evitar problemas de incompatibilidade de deformações entre o betão das escoras e o aço dos tirantes (assumindo cedência) e o aparecimento de fendas enviesadas.

### 2.1.3.3. Tirantes

Os tirantes traduzem os campos de tensões de tração e no presente trabalho vão apenas considerar-se tirantes de aço.

Os tirantes de betão não vão ser discutidos neste trabalho por não serem utilizados no contexto do mesmo e devido à dificuldade de avaliar a resistência à tração do betão, pois só se podem considerar tirantes deste tipo se não for expectável rotura progressiva e se o local de rotura estiver previamente definido (o que é difícil modelar com 100% de certezas). Neste tipo de tirantes também se devem considerar forças restringidas e microfendas mesmo em betão “não fendilhado” [2].

Assim, podem dimensionar-se as armaduras dos tirantes (equação 2.3) considerando a cedência das mesmas quando estão a resistir à força resultante do campo de tensões de tração no modelo.

$$A_s \geq \frac{T}{f_y} \quad (2.3)$$

A armadura do tirante deve estar distribuída em toda a zona tracionada.

#### 2.1.3.4. Nós

Para estar completa a verificação de segurança do modelo, é necessário efetuar a verificação da região nodal, que é uma zona onde as forças são desviadas ao longo de um certo comprimento e espessura.

Existem vários tipos de nós e várias geometrias que se podem aplicar ao nó. Os tipos de nós são definidos consoante os campos de tensões que nele convergem (de compressão ou tração) sendo designados consoante os mesmos e a quantidade dos mesmos. Por exemplo, um nó no qual convirjam dois campos de tensões de compressão e um campo de tensões de tração é designado por CCT.

Supondo um nó em que convergem apenas 3 campos de tensões, os nós dividem-se então, geralmente, em 3 tipos principais: CCC, CCT e CTT. Estes três tipos de nós encontram-se representados nas figuras 2.5, 2.6 e 2.7, respetivamente.

Apresenta-se agora a verificação de segurança dos nós de acordo com o EC2 [7]. A tensão de compressão no betão no final dum campo de tensão é obtida pela equação 2.4 e deve ser inferior à tensão máxima que varia com o tipo de nó. A dimensão “b” representa a espessura do elemento.

$$\sigma_{ci} = \frac{F_{esc}}{b \cdot a_i} \quad (2.4)$$

O dimensionamento de nós CCC é feito de igual modo para as várias geometrias representadas na figura 2.5, onde por relações trigonométricas se determinam as várias dimensões “ $a_i$ ” sendo que ambos devem apresentar uma tensão máxima inferior à definida na equação 2.5.

$$\sigma_{c,max} = v' \cdot f_{cd} \quad (2.5)$$

$$v' = \left(1 - \frac{f_{ck}(MPa)}{250}\right) \quad (2.6)$$

Para as duas geometrias indicadas na parte inferior da figura 2.5, começa por definir-se que a fronteira vertical intermédia do nó é aquela que apresenta tensão máxima, de modo a definir a espessura  $a_0$  e posteriormente, pelas relações trigonométricas calculam-se as restantes tensões e verifica-se a segurança ou não do nó. Caso não se verifique a segurança, aumenta-se a dimensão  $a_0$  até se verificar o nó.

O dimensionamento de nós CCT é feito também de igual modo para as geometrias apresentadas na figura 2.6 sendo que inicialmente se define uma altura (u) de distribuição das armaduras que permite novamente por relações trigonométricas a obtenção das dimensões “ $a_i$ ” que levam ao cálculo da tensão de compressão nas fronteiras do nó. A tensão máxima permitida num nó CCT encontra-se definida na equação 2.7.

$$\sigma_{c,max} = 0.85 \cdot v' \cdot f_{cd} \quad (2.7)$$

Caso a região nodal apresente tensões de compressão superiores à máxima permitida, pode aumentar-se a altura de distribuição das armaduras de modo ao nó passar a verificar a segurança, pois dá-se um aumento das dimensões “ $a_i$ ” e consequente redução das tensões de compressão.



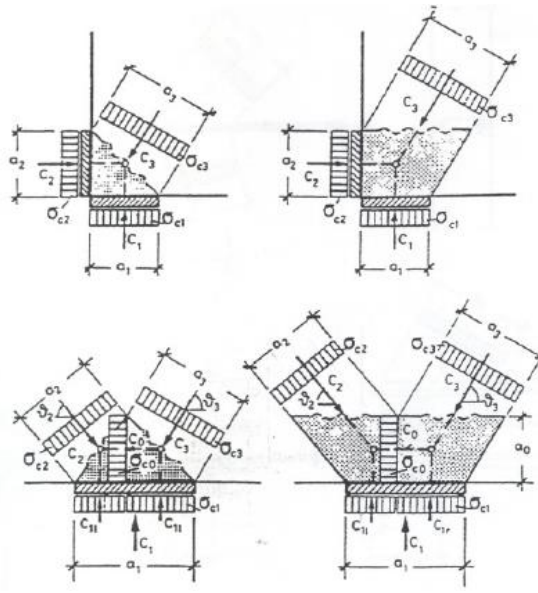


Fig. 2.5 – Nós do tipo CCC com diferentes geometrias [2]

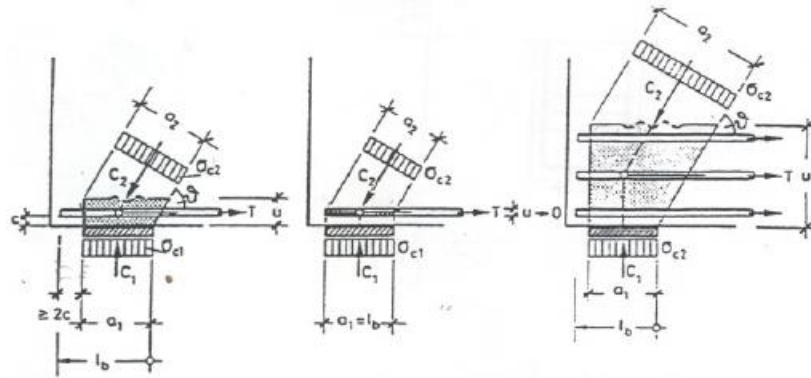


Fig. 2.6 – Diferentes geometrias para nós do tipo CCT [2]

Em nós CTT o cálculo é semelhante ao definido para nós com CCT mas cuja tensão máxima é dada pela equação 2.8.

$$\sigma_{c,max} = 0.75 * v' * f_{cd} \quad (2.8)$$

Neste tipo de nós também se pode alterar a altura de distribuição de armaduras para que a tensão no único campo de tensões de compressão que lá converge seja verificada.

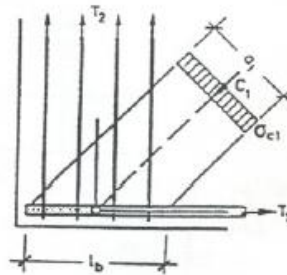


Fig. 2.7 – Exemplo de um nó CTT [1]

Em nós que cruzem armaduras (CTT ou CCT) é necessário assegurar a conveniente amarração das mesmas (por comprimento de amarração suficiente ou por soldadura) e também as dobragens de armaduras se aplicável (raios mínimos). O comprimento de amarração começa a ser contabilizado onde o campo de tensões de compressão interseja a armadura e começa a ser desviado, sendo que este comprimento deve prolongar-se no mínimo até ao final da região nodal (figura 2.6).

É ainda de notar que é necessário avaliar o estado de tensão não só no plano do modelo mas também nos outros planos, de forma a analisar o estado de tensão multiaxial que pode aumentar a resistência à compressão do betão no nó. Assim, devem analisar-se devidamente ambas as direções transversais ao plano da escora para analisar a viabilidade dessas tensões transversais de compressão e decidir qual o valor a atribuir à resistência máxima do betão [2]. Esta é uma das razões pela qual se deve dar recobrimento suficiente às armaduras de modo a que o betão esteja confinado na região nodal.

O EC2 [7] define como limite máximo de tensão para nós em compressão multiaxial o expresso na equação 2.9, sendo que só se pode aplicar a expressão se a distribuição das tensões for conhecida para as três direções das escoras. No entanto este limite é pouco usado pois pode não ser seguro, aconselhando-se assim um limite máximo inferior (ver [6]).

$$\sigma_{c,max} = 3.0 * v' * f_{cd} \quad (2.9)$$

Só após o dimensionamento dos nós é que se encontra descrita a geometria do modelo na sua totalidade, e esta pode ter sofrido alterações em relação à geometria inicial proposta. Como o detalhe do nó pode alterar o caminho das forças, este modelo pode tornar-se num método iterativo.

Assim encontram-se descritos os procedimentos para um dimensionamento seguro de uma região de descontinuidade pelo Modelo de Escoras e Tirantes, tendo em conta as disposições do EC2 e algumas regras de boas práticas propostas na literatura.

É importante notar que, dentro de alguns limites, a estrutura se adapta ela mesma ao mecanismo de forças internas assumido no modelo de dimensionamento.

#### 2.1.4. APLICAÇÃO DO MET EM CONSOLAS

As consolas são um dos principais exemplos onde o Modelo de Escoras e Tirantes é usado desde há muito tempo. Para estes elementos estruturais já foram propostos vários modelos [1] sendo que aqui se vão referir os mais simples e intuitivos.

Seguindo a proposta de Zhi-Qi He et al [5] apresentam-se dois modelos simples que depois se combinam resultando num modelo hiperestático que é resolvido pela sobreposição dos dois modelos anteriores que são isostáticos.

O primeiro é um modelo direto onde a carga se transfere do pilar para o apoio através de uma única escora tendo depois o seu tirante a resistir aos esforços de tração. O segundo modelo denominado de modelo de tirante horizontal é um modelo que apresenta várias escoras de modo a abranger uma maior área de betão pelas escoras e criar um tirante que vai ser distribuído ao longo da altura da consola. Fernandes Canha et al [3] sugerem que essa distribuição seja ao longo de 2/3 da altura útil (d) a contar desde a armadura principal. Estes modelos encontram-se representados na figura 2.8.

Com a solução do modelo combinado é necessário definir que fração de carga é resistida por cada modelo isostático. Essa fração pode ser efetuada de modo mais elaborado como explicado em [5], ou então de modo simplificado assumir que cada mecanismo resiste a 50% da carga, por exemplo.

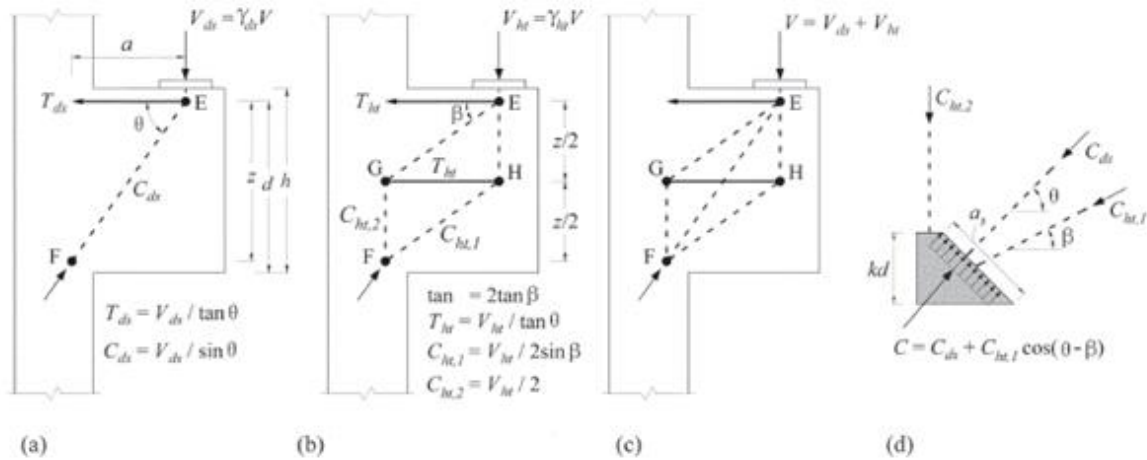


Fig. 2.8 – Vários modelos para a consola [5]: (a) Modelo direto; (b) Modelo de tirante horizontal; (c) Modelo combinado; (d) Detalhe do nó de transição consola/pilar

O uso do modelo combinado em vez do modelo direto leva a um maior número de caminhos de carga, o que “ativa” uma maior quantidade de betão, levando assim a um aumento de resistência. Por outro lado, o padrão de armadura do mecanismo direto é mais eficaz quando comparado com o mecanismo de tirante horizontal, pois aumenta a profundidade da escora diagonal, aumentando assim a resistência final da consola. Assim, os autores concluíram que se deve fazer um balanço entre os dois mecanismos de modo a traduzir o real comportamento da estrutura [5].

Neste modelo combinado é necessário também ter em atenção se o ângulo da resultante das escoras que se obtêm dos dois mecanismos cumpre o limite mínimo de  $45^\circ$  definido no ponto anterior.

Na figura 2.9 surge o exemplo de uma disposição de armaduras para uma consola com o modelo combinado proposto no EC2 [7] (semelhante ao apresentado anteriormente).

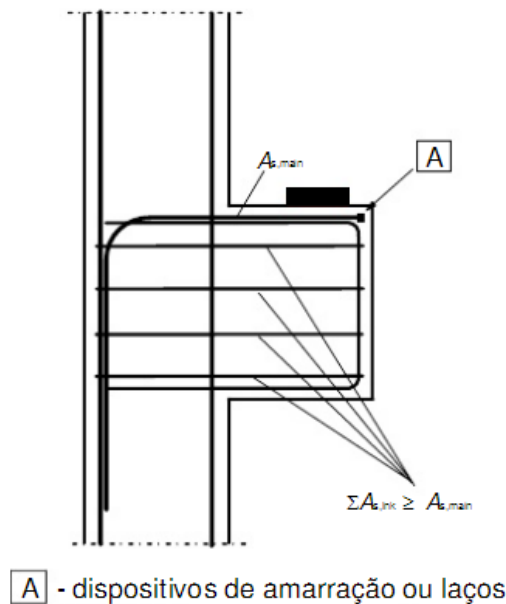


Fig. 2.9 – Exemplo de disposição de armaduras do modelo combinado segundo o EC2 [7]

## 2.2. MODELOS DE ANÁLISE NÃO LINEAR

### 2.2.1. ENQUADRAMENTO

Como já explicado anteriormente, as regiões de descontinuidade são caracterizadas pela distribuição de extensões significativamente não lineares. Assim, para a verificação de segurança deste tipo de regiões pelo Método dos Elementos Finitos (MEF) pode por vezes ser necessário proceder a uma análise mais elaborada, recorrendo a leis constitutivas que definem o comportamento não linear do betão (à tração, compressão e corte), com um modelo numérico consiga traduzir o comportamento real da estrutura.

Este subcapítulo tem como objetivo a apresentação das principais características do comportamento não linear de estruturas de betão armado, de modo a interpretar os seus efeitos e proceder a uma modelação de elementos finitos que os tenha em conta. Por fim, será efetuada uma análise geral de estudos de consolas presentes na literatura em que tenham sido utilizados análises não lineares por elementos finitos.

### 2.2.2. COMPORTAMENTO NÃO LINEAR DO BETÃO ARMADO

#### 2.2.2.1. Comportamento à tração

O primeiro parâmetro que deve ser definido para a tradução do comportamento à tração do betão é a sua resistência. Esta pode ser obtida indiretamente através de ensaios ou então através de equações propostas que definem o valor da resistência à tração ( $f_{ct}$ ) a partir do valor da resistência à compressão ( $f_c$ ). Uma estimativa que introduz um limite inferior da resistência e entra em conta com os efeitos das tensões residuais autoequilibradas (que reduzem a resistência aparente à tração do betão) consta na equação 2.10 [8].

$$f_{ct} \approx 0.33 * \sqrt{f_c} \quad (2.10)$$

As principais características de análise não linear do betão armado à tração são o *tension softening* e o *tension stiffening*.

O *tension softening*, ou amaciamento em tração, traduz o efeito de diminuição da tensão (após esta atingir o pico) com o aumento das extensões. Este efeito tem em conta o comportamento deformacional do betão à tração, onde os mecanismos de fratura não linear são definidos consoante a sua deformação no regime de amolecimento (softening). Numa curva tensão-extensão, quando esta se aproxima do pico a resposta começa a amolecer devido às micro-fendas que surgem na interface entre agregados e a pasta de cimento, até atingir a resistência à tração. Quando esta resistência é atingida, as fendas começam a surgir mais localizadas nessa zona, que é denominada como zona de processamento de fratura (*fracture process zone* – FPZ), sendo que se dá uma diminuição da tensão de tração à medida que as extensões aumentam e se localizam numa fenda macroscópica.

Na figura 2.10 surge a representação das curvas tensão-extensão na zona de fratura e fora da zona de fratura. Como se observa pela figura 2.10 (c), fora da zona de fratura dá-se uma redução da solicitação, podendo mesmo ocorrer o fecho de algumas das microfissuras que levaram ao amolecimento perto do pico [9].

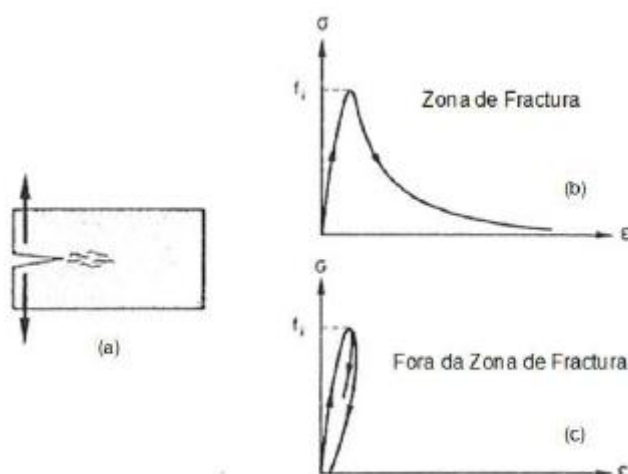


Fig. 2.10 – Comportamento betão à tração [9]: (a) Zona de fratura; (b) Curva tensão-extensão na zona de fratura; (c) Curva tensão-extensão fora da zona de fratura

É de notar que o fenómeno de *tension softening* descrito não se observa em materiais heterogéneos, como é o caso do betão, se a sua microestrutura for considerada a uma escala suficientemente reduzida. Neste trabalho o betão é analisado de forma macroscópica assumindo para o mesmo características homogéneas, podendo assim usar-se malhas de elementos finitos com dimensões grandes [10]. A esta escala, o amaciamento do betão é uma propriedade essencial nos modelos de análise não linear.

Para traduzir o que ocorre nas zonas de fratura é necessário então a interpretação dos mecanismos de fratura não linear, sendo estes mecanismos classificados de acordo com o critério de localização de deformações assumido. Os modelos que estabelecem os critérios de localização de deformações encontram-se na figura 2.11 [10].

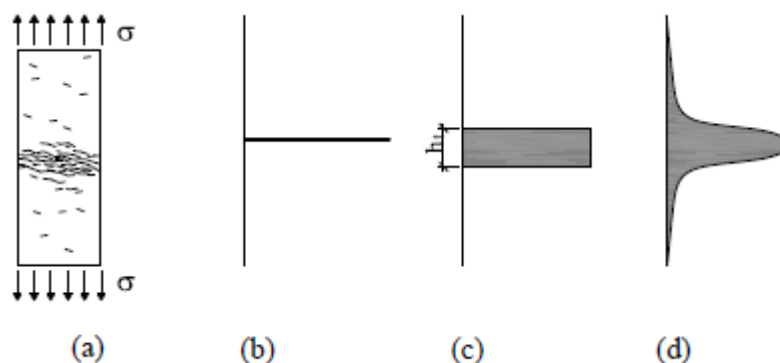


Fig. 2.11 – Critérios de localização de deformações [10]: (a) Peça sujeita a esforço de tração com zona de fratura identificada; (b) Modelo de fendas fictícias; (c) Modelo de fendilhação em banda; (d) Modelos de campos de extensões contínuos (*non local continuum models*)

Os modelos de fendas fictícias e o de fendilhação em banda são os adotados frequentemente em modelações de elementos finitos, pois com os seus critérios permitem representar de forma adequada o fenómeno de fendilhação no betão [11]. Relativamente aos modelos não locais contínuos aconselha-se a leitura de [10], visto que não vão ser abordados neste trabalho.

O modelo de fendas fictícias, proposto por Hillerborg [12], assume que a zona de processo de fratura se encontra apenas numa linha sendo ainda capaz de transmitir tensões. Este modelo procura explicar a

dependência da curva tensão-extensão após se atingir a resistência máxima, ou seja, quando a abertura ( $w$ ) da FPZ é positiva. Assim, a curva tensão-extensão deixa de ser uma propriedade do material mas passa a ser propriedade da posição dos medidores de deslocamentos em relação ao FPZ, pelo que é aconselhável que a partir do ponto em que se atinge a tensão máxima resistente de tração, a curva traçada represente a tensão em função da abertura do FPZ.

Torna-se assim possível a definição da energia de fratura ( $G_F$ ), que traduz a quantidade de energia necessária para abrir completamente uma fenda de superfície unitária [13]. Esta é obtida a partir do integral da curva  $\sigma$ - $w$ , tal como representado na figura 2.12 (b) [10]. Na figura surgem representados também os princípios do modelo da fenda fictícia.

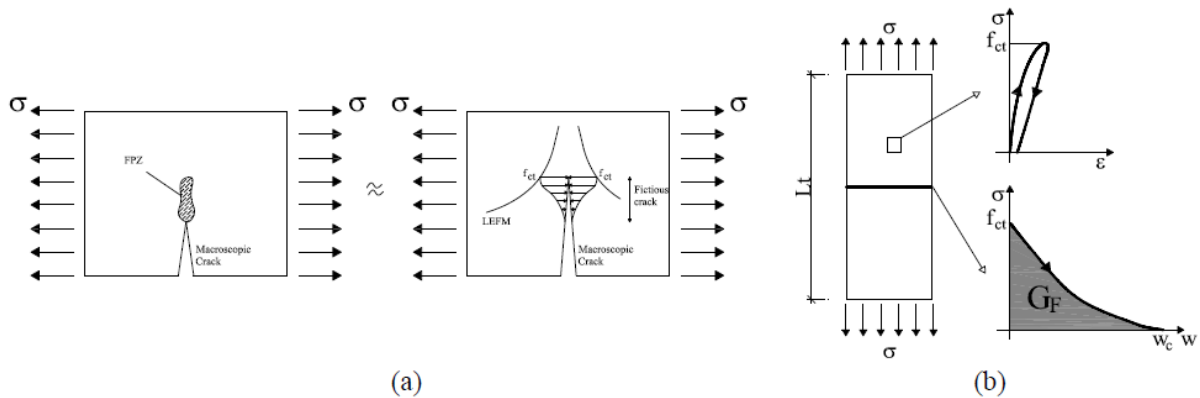


Fig. 2.12 – Modelo de fenda fictícia [10]: (a) Ilustração da FPZ e localização da fenda fictícia; (b) Curvas tensão-extensão fora da FPZ e tensão-abertura na FPZ

Para calcular a energia de fratura é sugerido um cálculo aproximado (equação 2.11[14] ou equação 2.12 [15]) mais simples do que o cálculo do integral da curva, que apenas pode ser obtido por via experimental. A fórmula 2.11 é sugerida para betões com resistência à compressão ( $f_c$ ) até um máximo de 80MPa. Os valores resultantes pelos 2 códigos são muito distintos.

$$G_F = G_{F0} * \left(\frac{f_c}{10}\right)^{0.7} \quad (2.11)$$

$$G_F = 73 * f_{cm}^{0.18} \quad (2.12)$$

A energia de fratura depende essencialmente da relação água/cimento, dimensão máxima do agregado ( $D_{max}$ ) e da idade do betão [16]. O valor base da energia de fratura ( $G_{F0}$ ) é de 25, 30 ou 58 N/m para dimensões máximas do agregado de 8, 16 ou 32mm, respetivamente.

O principal entrave deste modelo é a limitação associada à representação das fissuras, pois este representa as fissuras ao longo do contorno dos elementos, o que implica uma restrição à direção da sua propagação, o que leva a que a resposta da estrutura dependa da malha gerada [11].

Relativamente ao modelo de fendilhação em banda, proposto por Bazant and Oh [17], assume-se a localização da FPZ ao longo de uma banda de largura  $h_t$  (explicada convenientemente no Capítulo 4 para a malha em questão), que representa a zona onde as deformações do FPZ são médias. Na figura 2.13 surge a explicação do modelo e de como obter a energia de fratura (pelo integral do gráfico da direita). É possível relacionar este modelo com o modelo da fenda fictícia através da relação  $\varepsilon_{cr} = w/h_t$ .

Este modelo fornece a base teórica que permite a aplicação dos conceitos da mecânica de fratura não linear em elementos finitos contínuos [10].

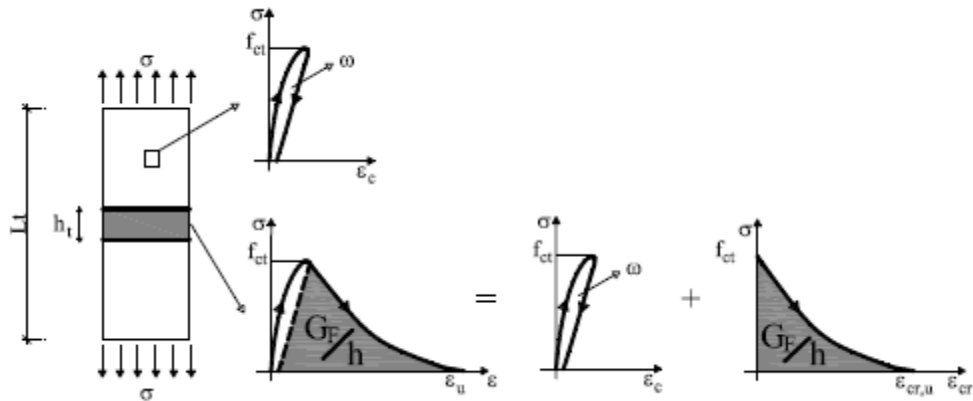
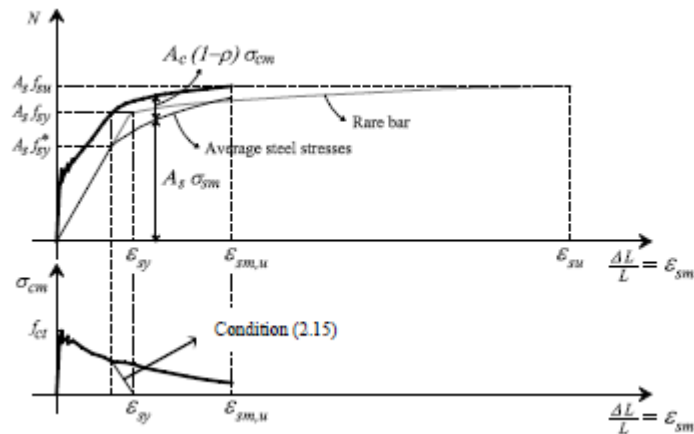


Fig. 2.13 – Explicação gráfica do modelo de fendilhação em banda [10]

Em estruturas de betão armado fendilhadas, as forças de tração são essencialmente resistidas pelas armaduras. No entanto, entre fendas adjacentes existe transmissão de forças entre armadura e betão devido às tensões de aderência, traduzido no aumento de rigidez (*tension stiffening*) da resposta carga-deslocamento quando comparado com a de uma armadura isolada com a mesma resistência [10]. Na figura 2.14 encontra-se representado o efeito descrito atrás, através da contribuição do betão no aumento da rigidez da resposta.


 Fig. 2.14 – Efeito de *tension stiffening* [10]

Este efeito é considerado quando na modelação de elementos finitos quando se definem as relações de tensão de aderência-deslizamento (explicado no Capítulo 4) de forma adequada ao estado de confinamento e aderência em questão na zona da armadura.

#### 2.2.2.2. Comportamento à compressão

Inicialmente é necessário definir a resistência à compressão uniaxial do betão, que se pode definir através de ensaios laboratoriais ou pelos valores estipulados nos códigos.

Para analisar efeitos não lineares do betão é necessário ter em conta o seu comportamento deformacional (tal como havia sido feito para a tração). O comportamento deformacional à

compressão é não linear e a forma da resposta é definida pela propagação das microfendas entre os agregados e a pasta de cimento.

No ensaio de um provete cilíndrico, a rotura dá-se devido a uma extensão volumétrica positiva que ocorre perto da carga de pico, originando assim a rotura. Tal como na rotura por tração, as deformações localizam-se numa zona de processamento da fratura.

Para o caso da compressão, Vonk [18] mostrou que o processo de fratura é determinado pela componente local mas também pela componente contínua. Assim conclui-se que a energia de fratura em compressão ( $G_c$ ) aumenta com o aumento das dimensões do provete, pelo que se observa um efeito de escala, onde as amostras mais longas apresentam um ramo de amolecimento mais acentuado.

A designada energia de fratura em compressão traduz assim a energia dissipada no regime pós-pico [10].

Foi proposto por Hillerborg [19] um modelo teórico que traduzisse o comportamento na zona de processamento de fratura, onde o amolecimento da curva tensão-extensão após o pico é traduzido por 3 curvas representadas na figura 2.15. A 1ª representa o comportamento do betão na zona não fendilhada, a 2ª na zona de fendilhação longitudinal e a 3ª na zona da fenda que conduz à rotura do provete. Para maior detalhe sobre o modelo da zona de danos de compressão sugere-se a leitura de [10].

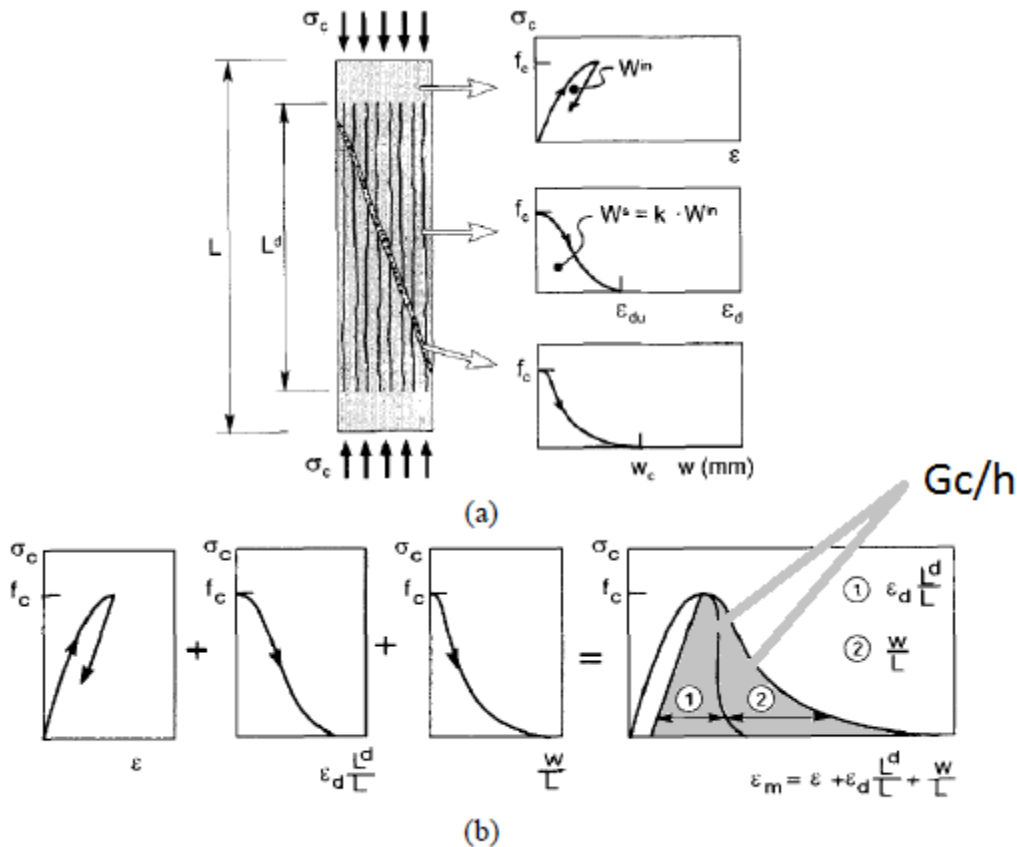


Fig. 2.15 – Fenómeno de amolecimento do betão em compressão (adaptado de [19]: (a) Ilustração do modelo de Markeset e Hillerborg [19]; (b) Composição da curva tensão-extensão



A razão entre a energia de fratura em compressão e a largura de banda fendilhada pode ser calculada pela área compreendida abaixo das curvas nos tramos 1 e 2 da curva representada na figura 2.15 (b) à direita.

Outro aspeto que caracteriza a resistência do betão à compressão é o seu estado de tensão multiaxial. O grau de confinamento é um fator importante na determinação do estado de tensão multiaxial, pelo que quanto maior este for, mais tensão a peça vai resistir e o seu comportamento é mais dúctil.

Na figura 2.16 encontram-se as combinações de estados de tensão biaxial que permitem tirar algumas conclusões. Pela figura 2.16 (a) observa-se que se o grau de confinamento lateral apresentar um certo nível (para que a trajetória de tensões esteja para além do ponto de transição TP) a rotura passa a ser dúctil e o amolecimento atrás discutido não é observado. Pela figura 2.16 (b) observa-se que para um estado de tensão biaxial de compressão a resistência chega até a um valor que é cerca de 1.2 vezes a sua resistência no estado de tensão uniaxial, o que é claramente favorável. É de realçar que se após uma rotura por tração dum estado de tensão biaxial tração-compressão, as tensões de compressão paralelas às fendas continuam a ser resistidas, pelo que o provete pode ainda resistir até uma carga próxima da correspondente à rotura para um estado de tensão uniaxial de compressão [10].

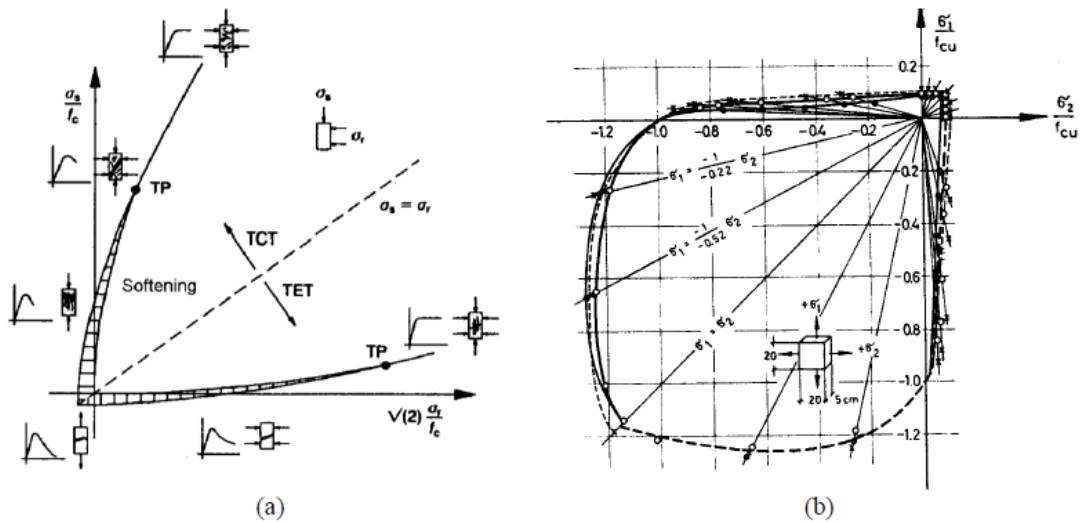


Fig. 2.16 – Superfícies de rotura e modos de rotura para estados de tensão multiaxiais: (a) Definição das superfícies de rotura e respostas estruturais para condições de tensão axissimétricas [20]; (b) Estados de tensão biaxiais que levam à rotura [21]

Por último, refere-se como analisar a resistência à compressão em betão fendilhado. A sua principal característica é a redução da resistência de pico em comparação com a do cilindro no ensaio uniaxial (*compression softening*), resultando assim a denominada resistência à compressão efetiva ( $f_{c,eff}$ ), cuja fórmula se encontra na equação 2.13.

$$f_{c,eff} = \zeta e * f_c \quad (2.13)$$

O coeficiente de amolecimento ( $\zeta e$ ) é função da extensão transversal à direção das tensões principais de compressão e é inferior ou igual à unidade, sendo que existem várias propostas para a sua formulação. Este fator redutor traduz o efeito do amolecimento do betão com a abertura de fendas. No presente trabalho só se vai apresentar uma sugestão de curva para este coeficiente no Capítulo 4, pelo que para ver outras propostas para o mesmo sugere-se a leitura de [10].

### 2.2.2.3. Comportamento ao corte

Na última fase do processo de fratura em tração forma-se uma fenda macroscópica que não pode transmitir tensões normais, mas que pode transmitir tensões de corte. Esse é um mecanismo complexo que depende da tensão de corte, deslizamento, tensão normal e largura da fenda [10].

Várias propostas foram efetuadas para traduzir este efeito, sendo estas propostas baseadas no ensaio *push off test*, com superfícies previamente fendilhadas e conhecidas na peça e onde se varia a largura da fenda, o grau de confinamento e o caminho de carga. A base do *push off test* e as notações de tensões na zona da fenda encontram-se na figura 2.17.

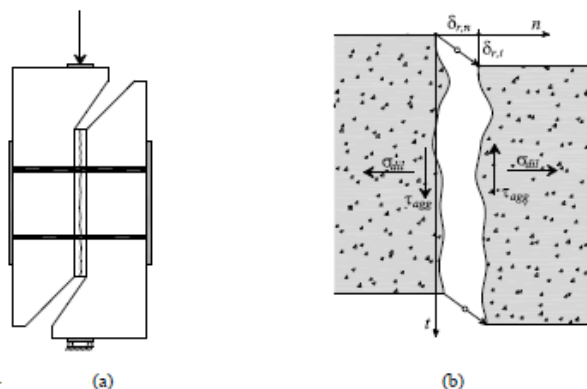


Fig. 2.17 – Transferência de tensões de corte através de fendas [10]: (a) *Push of test*; (b) Notação

A resistência ao corte da fenda aumenta com a classe do betão. No entanto, é de notar que os betões de alta resistência apresentam menor dilatação de corte [22].

A presença de armaduras aderentes a cruzar a fenda pode levar a um efeito favorável devido à diminuição local da abertura da fenda na vizinhança das armaduras, propiciando um mecanismo secundário de transferência de tensões, ilustrado na figura 2.18.

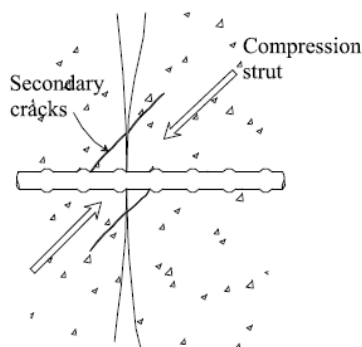


Fig. 2.18 – Fendas adicionais secundárias e mecanismo de transferência de carga na presença de armaduras aderentes deformáveis [10]

Apesar das considerações referidas atrás, no presente trabalho vai utilizar-se um método mais simplificado de traduzir os efeitos não lineares da transferência de tensões de corte entre fendas no betão armado. Esse efeito é traduzido pelo fator de retenção de tensões de corte, sendo que o mesmo pode ser considerado constante ou variável (no presente trabalho vai considerar-se constante). Este fator permite estabelecer uma relação entre a tensão tangencial à fenda e a sua distorção, de modo a traduzir a redução de resistência ao corte após fendilhação.

Assim, neste trabalho considerou-se a relação linear entre tensão tangencial e distorção, tal como consta na equação 2.14.

$$\tau_{nt} = \beta * G * \gamma_{nt} \quad (2.14)$$

sendo que G representa o módulo de distorção (relacionado com o módulo de elasticidade do betão pela equação 4.8).

### 2.2.3. MODELAÇÃO EM ELEMENTOS FINITOS

Apesar de no ponto anterior já se terem dado umas noções acerca da modelação em elementos finitos, faltam ainda discutir alguns pontos considerados importantes.

O primeiro aspecto a referir é a descrição cinemática do campo de deslocamentos, sendo que aqui só se vão introduzir sumariamente os três tipos considerados e qual o que se considera como melhor aproximação para resolução de problemas práticas através do método dos elementos finitos.

Na figura 2.19 surge a representação dos três tipos de descrição cinemática dos campos de deslocamentos  $u(x)$ .

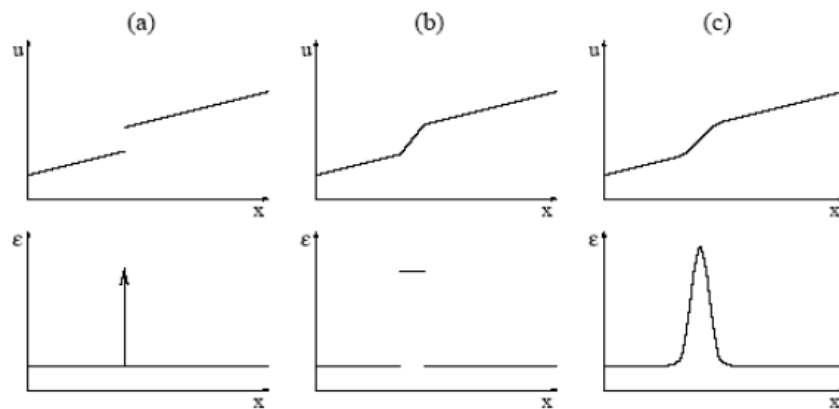


Fig. 2.19 – Descrição cinemática do campo de deslocamentos [10]: (a) Descontinuidades fortes; (b) Descontinuidades fracas; (c) Sem descontinuidades

O modelo baseado no conceito de descontinuidades fracas é o que apresenta melhor compromisso entre eficácia, simplicidade e economia de recursos computacionais, sendo que também permite o uso das formulações correntes dos programas de elementos finitos. Este modelo (baseado no conceito de descontinuidades fracas) é caracterizado pelo campo de deslocamentos contínuo e o campo de extensões descontínuo (figura 2.19 (b)), sendo que a extensão é considerada constante dentro da zona de processamento de fratura [10].

Para caracterização mais pormenorizada dos campos de deslocamentos referidos na figura 2.19 sugere-se a leitura de [10].

Outro aspeto a ter em conta na elaboração do modelo de elementos finitos é a discretização da largura de banda fendilhada. Esta só deve ser definida após a geração da malha, pois a largura da banda fendilhada está diretamente relacionada com as dimensões dos elementos finitos e só assim é possível uma correta formulação de modo a traduzir de forma correta a energia dissipada no processo de abertura de uma fenda [10].

#### 2.2.4. MODELAÇÕES EFETUADAS EM CONSOLAS EM ESTUDOS DA LITERATURA

A modelação de elementos finitos de consolas de betão armado com base em análises não lineares tem sido efetuada com frequência nos últimos anos. Estes estudos seguem o padrão do estudo a efetuar neste trabalho, que começa com um estudo paramétrico para depois definir os parâmetros de análise não linear que melhor se adequam ao observado nas campanhas experimentais realizadas por outros autores. Geralmente as campanhas experimentais analisadas são as de Kriz and Rathes [23] e de Fattuhi [24] também por serem as que apresentam mais resultados e serem as mais discutidas em vários artigos de dimensionamento deste tipo de elemento estrutural.

Fernandes Canha et al [3] referiram que os principais efeitos do comportamento do betão a ter em conta na abordagem numérica são:

- Comportamento não linear à compressão
- Fratura do betão em tração baseada nos mecanismos de fratura não lineares
- Critério biaxial de rotura
- Redução da resistência do betão após fendilhação e também a redução da sua rigidez ao corte
- Modelos de fendas fixas e rotativas

Para além dos parâmetros de análise não linear referidos anteriormente, Strauss et al [25] referem ainda que se deve considerar os efeitos de interação entre betão e a armadura.

Fernandes Canha et al [3] analisaram também a influência do refinamento da malha, tendo estudado 3 malhas (muito refinada, refinamento médio e pouco refinada) e concluíram que neste tipo de estruturas as 3 malhas levaram a resultados semelhantes no que respeita às curvas carga-deformação e carga-extensão (ver figura 2.20). Posto isto, concluíram que a melhor solução seria o uso de uma malha com refinamento médio pois uma malha pouco refinada pode levar a perda de precisão na caracterização do padrão de fendas e uma malha muito refinada pode levar a demasiado esforço computacional. Ambas as curvas apresentaram maior rigidez no modelo numérico que no experimental.

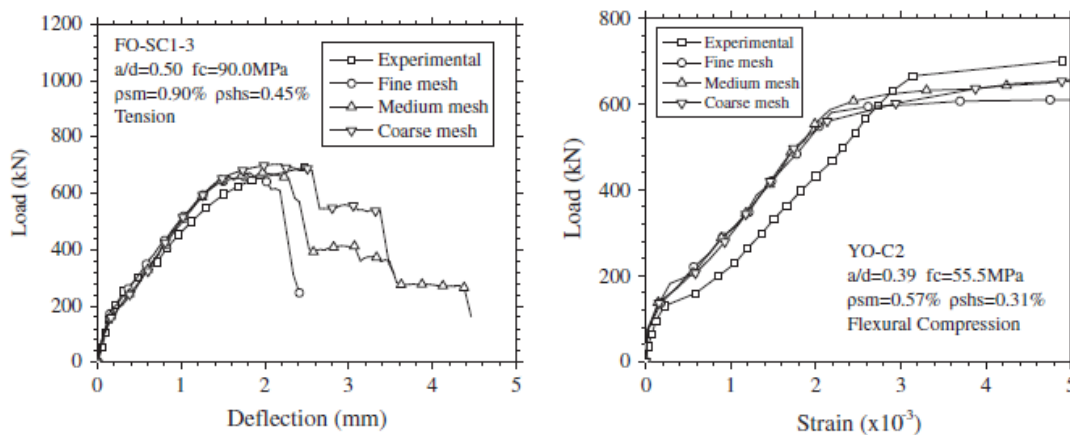


Fig. 2.20 – Comparação com os resultados experimentais das curvas carga-deformação (esquerda) e carga-extensão (direita) para vários refinamentos de malha [3]

No estudo destes autores foi bem capturado o modo de rotura, sendo que na figura 2.21 se encontra um dos exemplos, estando representado no mesmo mapa as tensões principais de compressão e as extensões transversais às tensões principais (figura 2.21 (b)) e também o respetivo padrão de fendas e as extensões principais mínimas (figura 2.21 (c)).

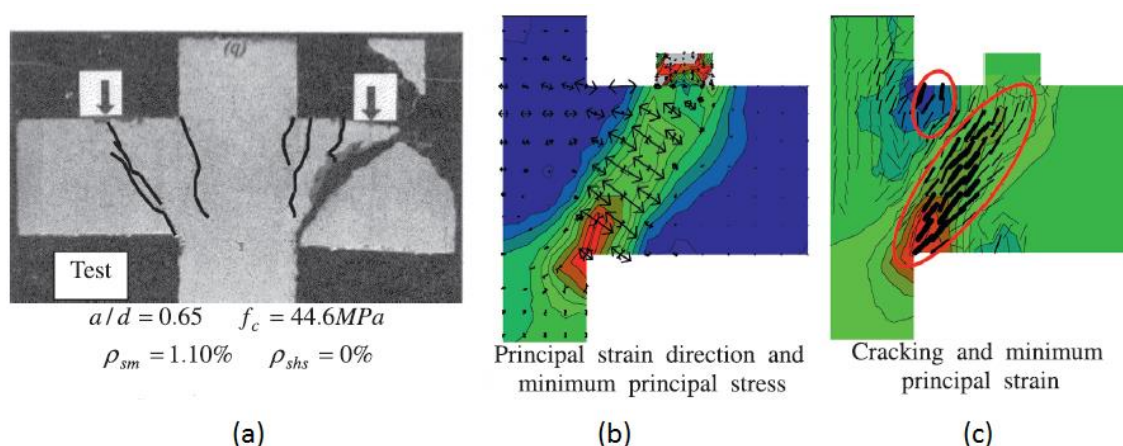


Fig. 2.21 – Simulação numérica dos ensaios: (a) Padrão de fendas e modo de rotura do ensaio; (b) Tensões principais de compressão e extensões transversais; (c) Padrão de fendas e extensões principais mínimas (adaptado de [3])

Strauss et al [25] fizeram ainda uma comparação entre uma modelação 2D e 3D. Os autores chegaram à conclusão que a resistência do modelo 3D foi superior à do modelo 2D (devido a algumas alterações incluídas nas leis constitutivas do betão), mas que mesmo assim a forma da curva carga-deslocamento é semelhante e que a carga máxima se obtém para o mesmo deslocamento e que ambas se adequam às curvas experimentais. A figura 2.22 apresenta o mapa de extensões principais para o modelo 2D e 3D e observa-se que os resultados obtidos são também semelhantes, o que levou os autores a concluir que o uso de modelos 2D é adequado pois permite traduzir bem o que se passa na estrutura e também permite economia de cálculo.

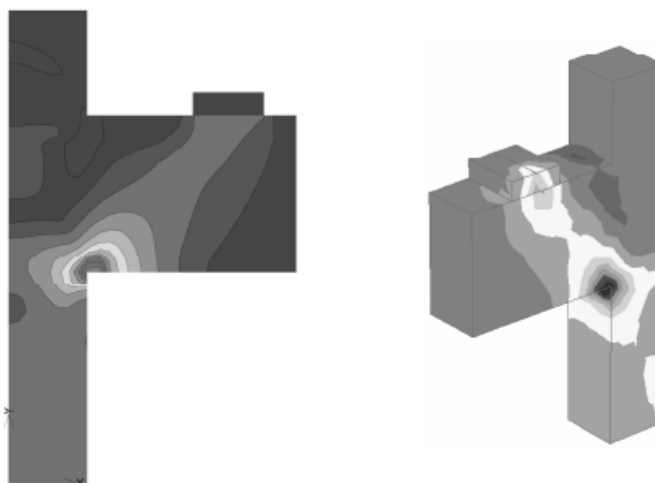


Fig. 2.22 – Simulação numérica dos ensaios de Fattuhi [24] (adaptado de [25])

Ainda sobre modelação 3D, Syroka et al [26] concluíram que a modelação 2D apresenta resultados de resistência semelhantes

Assim conclui-se que ainda não há um consenso na literatura sobre leis constitutivas do betão e efeitos de não linearidade a ter em conta na modelação e quais os seus valores ou curvas a atribuir quando se modelam, pelo que é preciso fixar quais as leis mais adequadas para se obterem conclusões mais fundamentadas.



# 3

## Campanha Experimental

### 3.1. OUTRAS CAMPANHAS

#### 3.1.1. ENQUADRAMENTO

Os primeiros autores a efetuarem uma grande campanha experimental sobre consolas curtas, com vista à obtenção de recomendações para projeto, foram Kriz, L.B., and Rath, C.H. (1965)<sup>1</sup> [23]. Este trabalho serviu de base a muitas das disposições construtivas hoje utilizadas.

A maioria dos trabalhos mais recentes refere-se a consolas reforçadas com fibras de aço e/ou com uso de betões de alta resistência. A utilização de estribos como elementos de controlo de fendilhação e aumento da resistência dos provetes é também discutido nas publicações, mas como a quantidade de estribos utilizada nos provetes da campanha em análise é reduzida, não foi efetuada uma discussão pormenorizada da influência dos mesmos.

Em seguida vão apresentar-se as principais conclusões das campanhas experimentais anteriores à efetuada no âmbito deste trabalho.

#### 3.1.2. MODOS DE ROTURA E PADRÃO DE FENDILHAÇÃO

Com base nas pesquisas efetuadas previamente, é possível definir vários modos de rotura em consolas curtas de betão armado, as quais se incluem em dois grandes grupos: rotura com cedência da armadura principal e rotura por esmagamento do betão (podendo ou não ocorrer cedência das armaduras). Fora destes dois grupos ainda podem ocorrer roturas por problemas de amarração ou aderência, que em certos casos podem antecipar a rotura.

No presente trabalho vão descrever-se os 3 modos de rotura que permitem explicar a grande maioria das roturas observadas nos ensaios referidos na literatura.

O 1º modo de rotura a discutir é o de *flexão*. Neste modo observam-se fendas muito abertas (com cedência de armaduras) na zona de intersecção consola/pilar e seguido de esmagamento do betão na outra intersecção. Na figura 3.1 é apresentada uma consola estudada por Fattuhi [24] que rompeu por flexão. O autor indica ainda que as consolas que romperam por flexão pareceram comportar-se de modo elasto-plástico (com cedência das armaduras antes do esmagamento do betão). Pela imagem é fácil encontrarem-se as características referidas sobre este modo de rotura, onde na face inferior a fenda de flexão apresenta grande abertura (e verticais, típico de fenda de flexão em vigas), indicando

---

<sup>1</sup> Durante o período de preparação desta dissertação não foi possível ter acesso ao artigo referido.

assim a cedência de armaduras. Observa-se ainda o esmagamento do betão na face superior da consola (esta foi ensaiada ao contrário). Por apresentar sempre cedência de armaduras, este modo de rotura é geralmente o mais dúctil.

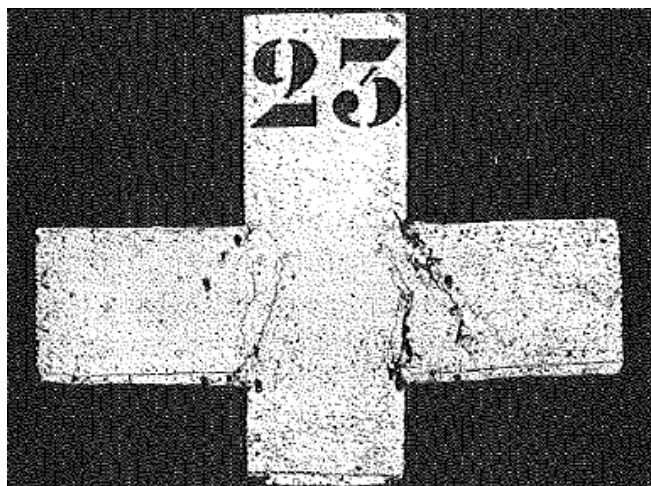


Fig. 3.1 - Consola ensaiada por Fattuhi [24] com rotura por flexão

Outro modo discutido é a rotura por *corte*. Neste modo de rotura é observado o destacamento do “bloco” que recebe a força em relação ao que a transmite, típico de uma rotura por corte em viga.

Um tipo de rotura de corte é o que surge representado na figura 3.2, caracterizado por uma fenda diagonal desde a intersecção consola/pilar até ao ponto interno da aplicação da carga que caracteriza a separação dos blocos que aplicam e recebem a força. Segundo a literatura, para se evitar esse modo de rotura deve utilizar-se uma quantidade mínima de estribos horizontais de modo a dar maior confinamento ao betão na zona da escora comprimida e também para controlar a abertura das fendas que vão levar à rotura, pois aumenta a performance da escora comprimida reduzindo as extensões transversais da mesma. Foster S.J. et al [27] referem ainda que este modo de rotura deve ser evitado para que se possa desenvolver a força máxima de compressão na escora, ou seja, para que a resistência máxima do betão seja mobilizada.



Fig. 3.2 - Consola ensaiada por Fattuhi [24] com rotura por corte



O último modo de rotura a referir é o *esmagamento da escora comprimida de betão*. Tal como o nome indica, a rotura ocorre quando se esgota a capacidade do betão de resistir à compressão e o mesmo esmaga. Neste modo observam-se várias fendas na direção da escora antes da rotura. Na figura 3.3 encontra-se um exemplo de como fica uma consola após sofrer este tipo de rotura.

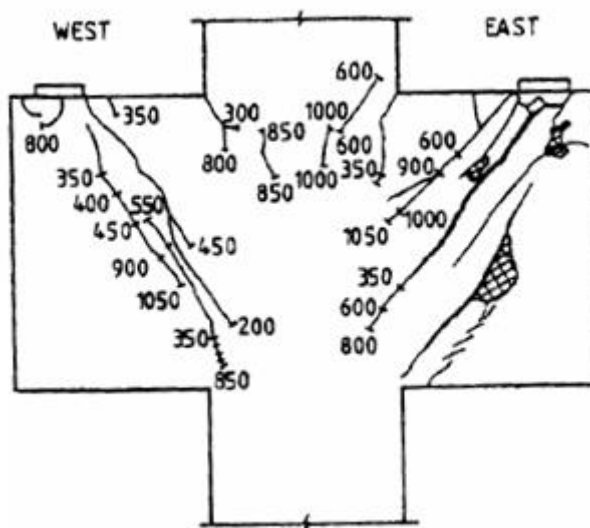


Fig. 3.3 - Rotura por esmagamento da escora comprimida segundo Foster S.J. et al [28]

Acrescentando aos modos descritos anteriormente, ainda podem destacar-se a rotura por esmagamento da zona do apoio (onde a carga pode estar a ser aplicada num nó muito concentrado e dá-se o esmagamento do betão) e ainda um tipo de rotura classificado por Fattuhi [24] como flexão/corte, onde próximo da carga máxima a rotura aparenta ser de flexão, mas com o incremento de carga, as fendas de corte aumentam levando assim a uma rotura por corte, o que segundo o autor, não permite definir qual foi ao certo o modo determinante na rotura. É também de notar que Fattuhi [24] define “*Diagonal Splitting*” como uma rotura de esmagamento da escora comprimida, onde a fenda que leva à rotura se prolonga até ao final da armadura principal.

É também importante referir que na maioria dos casos analisados pela literatura, a rotura foi dúctil e estável.

No que diz respeito ao padrão de fendas, os autores estão em uniformidade na sequência que estas apresentam. A primeira fenda a surgir é de flexão, sendo que a largura da mesma e a carga com que a fenda abre dependem da razão vão-altura útil ( $a/d$ ), da taxa de armadura ( $\rho$ ) e da resistência do betão ( $f_c$ ). Tal como expectável, a largura da fenda diminui e a força para abertura da mesma aumenta com o aumento de  $\rho$  e  $f_c$ , pois a peça torna-se mais resistente. Relativamente à razão  $a/d$ , com o aumento do mesmo, o esforço de flexão aumenta, daí aumenta a largura da fenda e reduz a força para que a mesma surja. Seguida a esta surgem uma série de fendas na direção da escora comprimida de betão e também se verifica um aumento de extensão na fenda de flexão. Na fase final há uma ramificação das fendas anteriores, sendo que a fenda que guia à rotura pode surgir apenas nesta fase ou então uma já existente. Em alguns casos também surge uma fenda aproximadamente vertical na zona intermédia do pilar. Um exemplo do padrão de fendas pode ser observado na fig. 3.3. É de notar que quando a rotura é de esmagamento do betão na escora comprimida, as fendas são mais finas e numerosas, e encontram-se mais distribuídas ao longo da zona da escora [28].

### 3.1.3. CAPACIDADE DE CARGA

Um dos aspectos mais importantes na análise de consolas curtas de betão armado é a sua capacidade de carga ou capacidade última. Neste tipo de elemento estrutural são vários os parâmetros que influenciam o valor da resistência final da peça, sendo que os mais importantes são a taxa de armadura ( $\rho$ ), resistência à compressão do betão ( $f_c$ ), tensão de cedência das armaduras ( $f_y$ ), razão vão-altura útil ( $a/d$ ) e largura ( $b$ ). A percentagem de armadura secundária (estribos) também influencia a capacidade de carga da peça, mas não será alvo de estudo neste trabalho, sendo no entanto apresentadas observações pontuais sobre a sua influência.

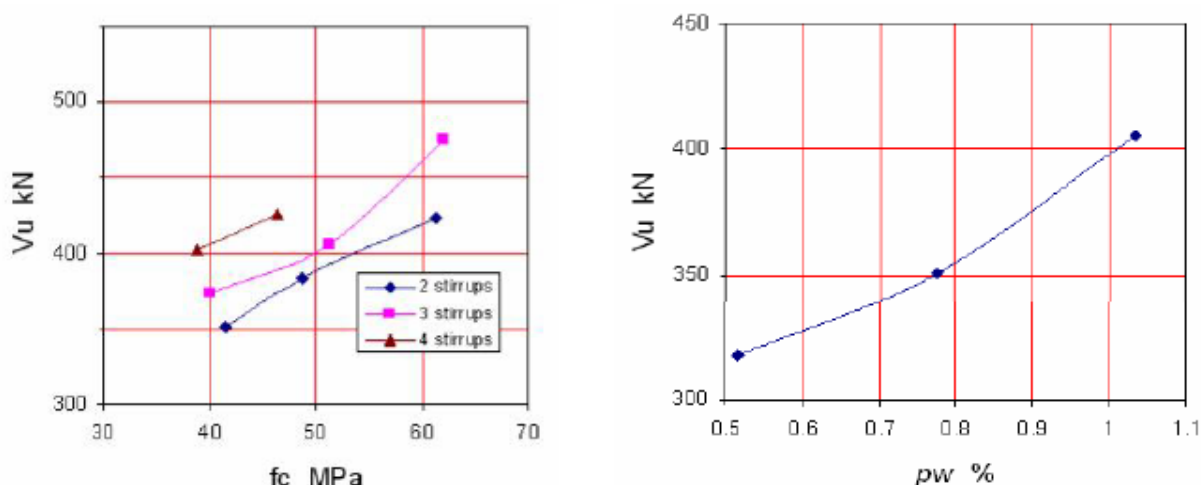


Fig. 3.4 - Variação da capacidade de carga ( $V_u$ ) com o número de estribos, resistência do betão ( $f_c$ ) e percentagem de armadura ( $p_w$ ) segundo Aziz et al [29]

Como visto na fig. 3.4, a capacidade de carga aumenta com o aumento da resistência do betão e também com o aumento da percentagem de armadura. Aziz et al [29] referem que a contribuição dos estribos para o aumento da resistência da peça torna-se mais eficiente com o aumento da resistência do betão, devido a este aumento ser proporcional à resistência do betão.

É aconselhado pelos autores o uso de grandes dimensões na geometria da peça, de modo a reduzir a influência dos efeitos de escala, pois estes podem alterar o modo de rotura da consola e o fator de segurança a aplicar é menor para consolas de maiores dimensões do que para consolas com dimensões reduzidas.

A previsão da capacidade de carga segundo os códigos é bastante divergente, sendo que neste trabalho far-se-á referência às propostas do Eurocódigo 2 (EC2) [7] e do ACI 318 [30].

O EC2 propõe como base de dimensionamento o Modelo de Escoras e Tirantes (MET), que foi discutido no capítulo anterior, enquanto o ACI propõe algumas fórmulas empíricas que serão discutidas de seguida.

Segundo o ACI, a consola deve ser projetada para resistir simultaneamente a uma força vertical, a um momento flector e a uma carga horizontal caso exista. É também aconselhado o uso de um fator de redução de 0.85 para a resistência do betão.

Neste código são explicitadas duas fórmulas para definir a resistência da peça  $V_n$ , assumindo rotura por corte ou rotura por cedência das armaduras, sendo que a resistência final da peça é a mínima das resistências resultantes das duas metodologias tomadas, ou seja:

$$V_n = \min(V_{n1}; V_{n2}) \quad (3.1)$$

A fórmula para a rotura por corte ( $Vn1$ ) baseia-se na teoria de *shear friction* (ver figura 3.5), que representa o atrito que se gera numa fenda até que ocorra o deslizamento no plano da fenda e consequente rotura.

$$Vn1 = Avf * fy * \mu \quad (3.2)$$

sendo  $Avf$  a armadura de *shear friction* e  $fy$  a tensão de cedência do aço.

O código sugere para o coeficiente de “*shear friction*” ( $\mu$ ) um valor de 1.4 para construção monolítica.

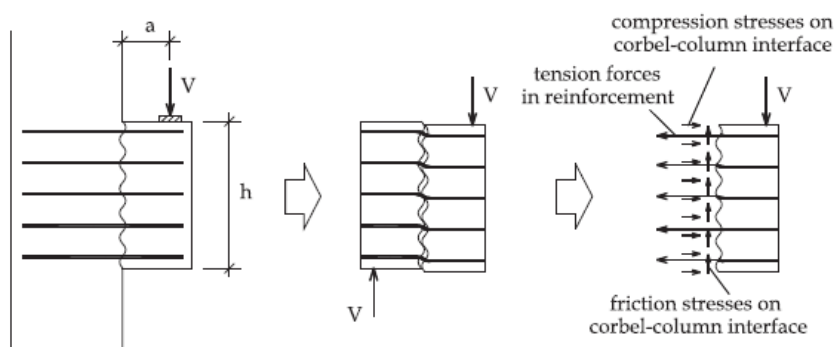


Fig. 3.5 – Mecanismo de resistência do Método de *Shear Friction* para consolas [3]

Para rotura por cedência das armaduras, o código escreve uma fórmula que se baseia no equilíbrio de momentos:

$$Vn2 * a + Nn * (h - d) = As * fy * jd \quad (3.3)$$

sendo  $As$  a armadura principal da consola,  $a$  o vão da consola,  $Nn$  a carga horizontal aplicada na consola,  $jd$  o braço da consola para resistir ao momento fletor e  $h$  a altura da consola.

No caso deste estudo, temos que  $Nn=0$ , pois não foi introduzida carga horizontal na campanha experimental.

O ACI introduz um limite máximo ao valor da resistência, que é visto como uma medida de segurança:

$$Vn < 0.2 * fc * bw * d \quad (3.4)$$

O ACI ainda impõe um limite de:  $vu = 0.2 * fc < 5.5 \text{ MPa}$ . Os autores em geral não concordam com a utilização deste limite, pois não permite o uso total das capacidades do betão, principalmente se estiverem a ser estudados betões de alta resistência. Russo et al [31] compilaram vários resultados de campanhas experimentais e concluíram que o limite imposto pelo ACI deveria ser retirado da norma, pois torna as previsões pelo método ACI inviáveis. Tal facto está provado pela figura 3.6 onde se observam peças cuja tensão de corte chegou aos 20MPa mas que pelo ACI estão limitadas a um valor de 5.5MPa. A situação ideal da figura seria os pontos se aproximarem da reta para que a razão entre as tensões em análise fosse unitária, mas o que acontece no caso do ACI é uma disparidade enorme dos resultados, não sendo uma previsão adequada a partir do limite máximo da tensão imposta pelo código. Até esse valor, pode considerar-se que a previsão é aceitável mas nem sempre é conservativa. Os valores da previsão são conservativos quando se encontram do lado direito da reta.

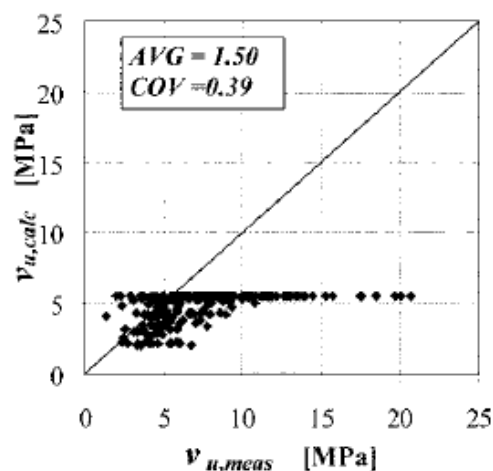


Fig. 3.6 - Relação entre o valor da tensão calculada pelo ACI (eixo dos yy) e o valor da tensão de vários resultados experimentais (eixo dos xx) [31]

O MET e o método ACI conduzem a resultados diferentes, sendo que é uniformemente aceite na literatura que o MET se aproxima mais do observado, enquanto o método ACI é considerado demasiado conservativo.

Para se chegar a esta observação, Hwang et al [32] agruparam os resultados de várias pesquisas de outros autores e estabeleceram a razão entre o valor da resistência da peça ensaiada e o valor da resistência obtida através dos dois métodos. Essa análise encontra-se na figura 3.7, onde se observa o indicado anteriormente, em que o método ACI geralmente apresenta valores bastante conservativos, enquanto o MET se apresenta resultados mais consistentes para uma variação de parâmetros tais como  $a/d$  e  $f_c$ , tal como no exemplo da figura. A figura apresenta à esquerda os valores calculados pelo MET e à direita os valores resultantes do método ACI.

Pela análise da figura constata-se a consistência do MET para a variação de valores apresentada, e conclui-se ainda que o método ACI apresenta maior dispersão com o aumento da resistência do betão e com a redução da razão  $a/d$ . Assim, chega-se à conclusão que o método proposto no EC2 é bastante viável para o dimensionamento de consolas curtas de betão armado no que respeita ao valor da resistência última.

Ainda se deve realçar o facto de Yong et al [33] indicarem que quando a percentagem de armadura usada na peça é superior à máxima estabelecida pelo ACI, o valor da resistência final da mesma calculada pelo código não está do lado da segurança.

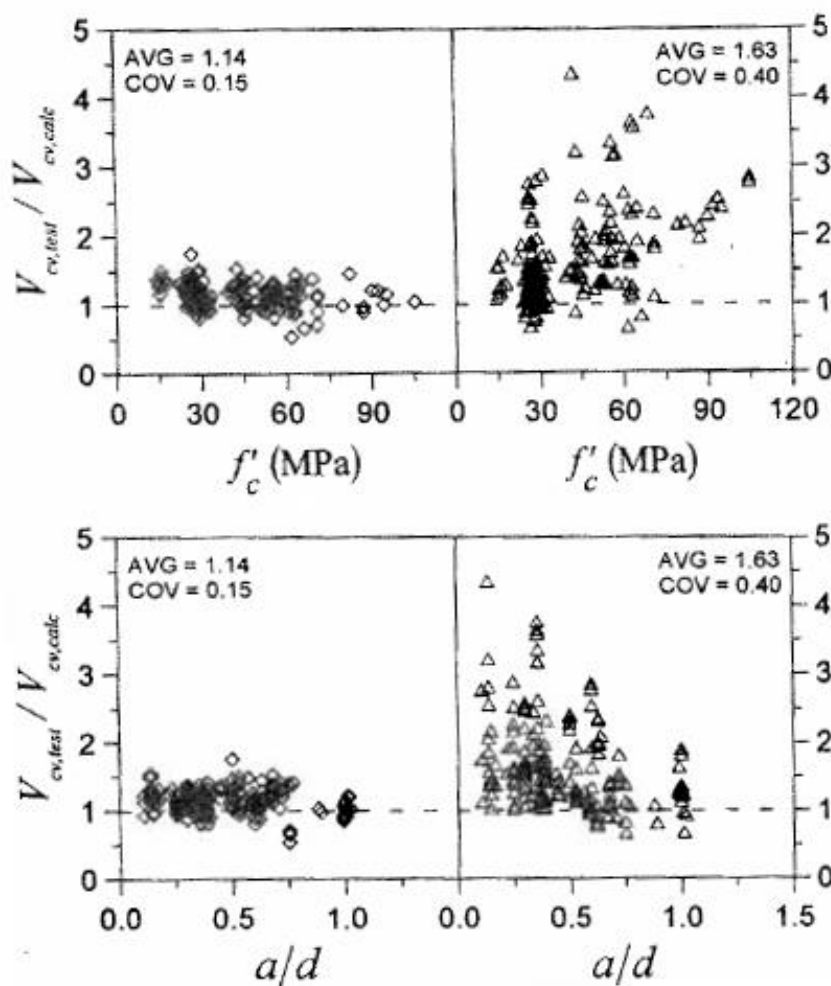


Fig. 3.7 - Razão carga experimental e carga de cálculo para diferentes resistências de betão ( $f'_c$ ) e diferente razão  $a/d$ , segundo Hwang et al [32]

#### 3.1.4. CURVAS CARGA-DEFORMAÇÃO E CARGA-EXTENSÃO

Relativamente às curvas carga-deformação e carga-extensão, os ensaios presentes na literatura têm resultados consensuais, sendo que geralmente as curvas encontram-se divididas em 3 fases.

Uma primeira fase, antes do aparecimento da 1ª fenda, em que ambas as curvas são mais íngremes (apresentam maior rigidez) onde quer deformações da peça quer extensões na armadura são reduzidas.

Após a formação da 1ª fenda, surge a segunda fase das curvas, onde já há um aumento maior de deslocamentos ou extensões para menores incrementos de carga.

A terceira fase ocorre só para roturas onde se atinge cedência de armaduras (fase dúctil), onde há um grande incremento de deformação e de extensão sem aumento significativo de carga.

Na figura 3.8 são apresentados na parte superior da figura dois gráficos carga-extensão na armadura e na parte inferior dois gráficos carga-deslocamento. Os gráficos da esquerda referem-se a uma rotura por cedência das armaduras e os da direita por compressão do betão. A análise dos gráficos permite observar as 3 fases descritas anteriormente, sendo que a terceira fase não está saliente neste exemplo pois não se verificou em nenhum dos casos um comportamento muito dúctil da peça pelo que não está

claramente definida esta fase. Nos gráficos carga-extensão está ainda marcado a tracejado o previsto pelo MET, sendo que se aproximou mais da realidade para roturas por compressão.

Pela análise da figura verifica-se que na segunda fase, as curvas são muito mais irregulares para peças com rotura por cedência das armaduras do que para rotura por compressão.

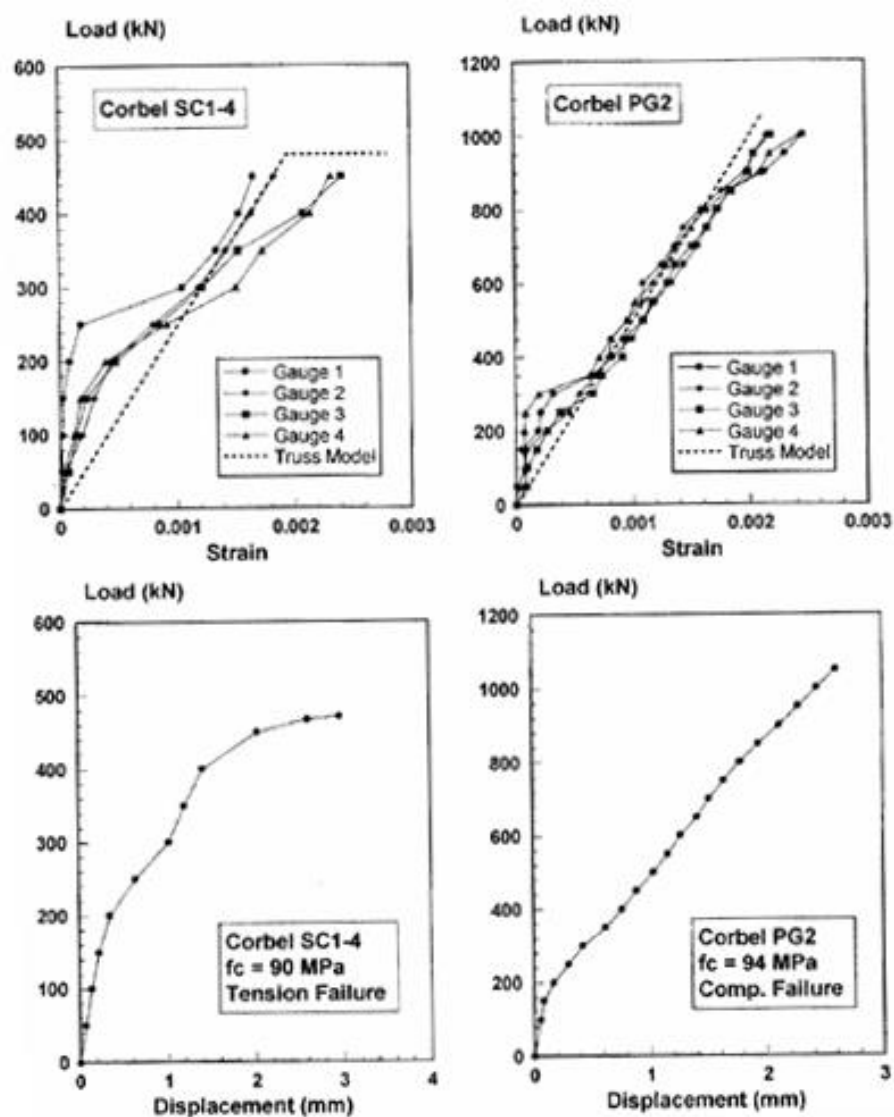


Fig. 3.8 – Curvas carga-extensão e carga deslocamento para rotura por cedência das armaduras e rotura por compressão segundos estudos de Foster et al [28]

Aziz et al [29] constataram que a deformação da peça diminui com o aumento da resistência do betão à compressão e da percentagem de armaduras. Este facto já tinha sido confirmado por Foster et al [28], sendo validado pela figura anterior, onde apesar das roturas serem diferentes, a peça com menor resistência do betão à compressão (e que também contém menor percentagem de armadura [28]) apresentou maior deformação para menor carga.

### 3.2. CAMPANHA EXPERIMENTAL

### 3.2.1. ENQUADRAMENTO

A campanha experimental foi desenvolvida no LABEST, onde o autor desta dissertação apenas acompanhou os ensaios, não tendo contribuído no desenvolvimento dos mesmos. Todas as fotografias e dados apresentados neste subcapítulo foram obtidos a partir do relatório resultante da campanha referida [34].

Esta campanha foi efetuada com o objetivo do estudo da capacidade de carga de consolas curtas com detalhes de armadura não regulamentares, nomeadamente a amarração.

A armadura principal deve ser amarrada em ambas extremidades, sendo que a amarração perto da face vertical da consola pode situar-se demasiado próxima da zona onde a armadura está a ser solicitada, pelo que o comprimento de amarração pode ser insuficiente. Neste caso é necessário adotar outras soluções para proceder à amarração da armadura. O ACI [30] sugere três modos para proceder à amarração: soldar uma armadura transversal à armadura principal, dobrar a armadura principal formando um laço horizontal ou através de dispositivos de ancoragem.

Na presente campanha procedeu-se à soldadura da armadura principal na sua extremidade, soldando-a com um varão na direção transversal às mesmas. O varão ao qual se vai soldar as armaduras deve ter no mínimo o mesmo diâmetro da armadura principal [30]. Na figura 3.9 encontra-se a sugestão de detalhe de soldadura fornecida pelo ACI [30].

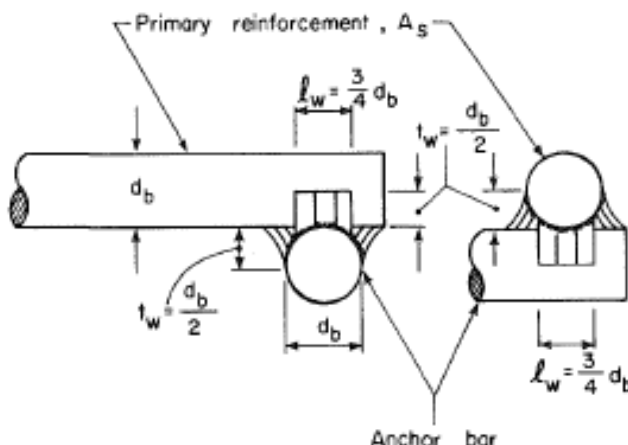


Fig. 3.9 – Detalhe de soldadura segundo o ACI [30]

É ainda de notar que a percentagem de armadura usada nos provetes da campanha é maior do que a maioria verificada nos ensaios disponíveis na literatura.

### 3.2.2. GEOMETRIA DOS PROVETES E DETALHE ARMADURAS

A geometria dos modelos ensaiados no Laboratório de Tecnologia do Betão e do Comportamento estrutural (LABEST) está representada na figura 3.10.

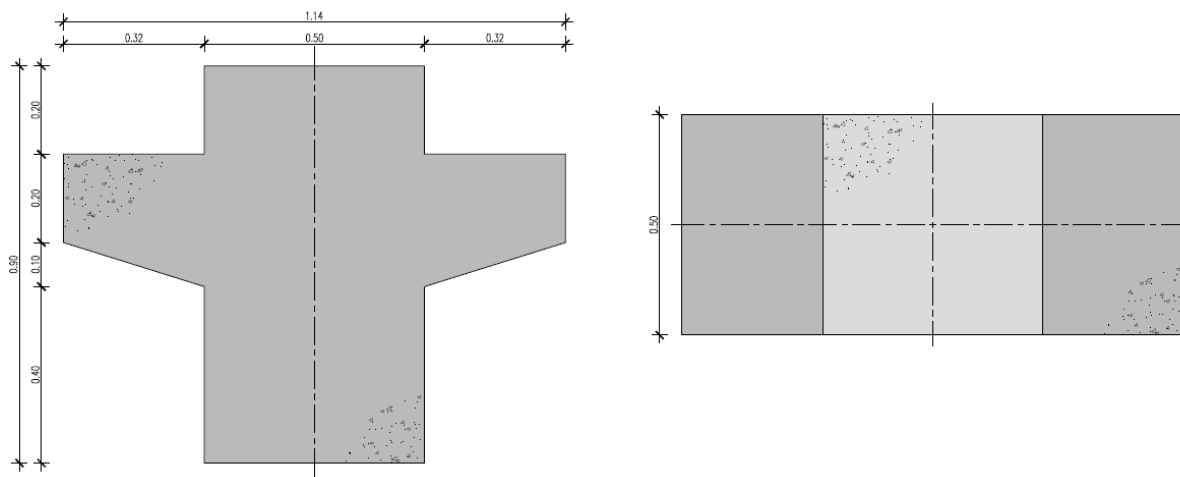


Fig. 3.10 – Geometria dos provetes ensaiados [34]

O modelo representa um troço de pilar com duas consolas curtas com largura  $b=0.50\text{m}$ , vão total de  $0.32\text{m}$  e ainda uma altura variável de  $0.20\text{m}$  (extremidade) até  $0.30\text{m}$  (na secção de encastramento com o pilar). O pilar apresenta uma secção quadrangular com  $0.50\text{m}$  de lado.

O detalhe de armaduras encontra-se no Anexo B onde se encontram as posições das armaduras e respectivas quantidades.

A armadura principal é constituída por dez varões com  $20\text{mm}$  de diâmetro.

Foram ensaiados um total de 12 provetes, sendo que todos apresentavam a mesma solução de armaduras. Dos 12 provetes, 6 foram produzidos com classe de betão de classe de resistência C35/45 e os restantes 6 com betão da classe C50/60. Dentro de cada classe de betão, 2 dos 6 provetes tinham a armadura principal soldada a um varão transversal com  $20\text{mm}$  de diâmetro. Para normalizar os procedimentos dos ensaios, um provete de cada classe de betão foi ensaiado previamente.

O recobrimento nominal variou consoante o provete, sendo que será especificado posteriormente o seu valor para cada modelo.

### 3.2.3. CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS

#### 3.2.3.1. Betão

O betão foi produzido em central por uma empresa e transportado até ao LABEST em auto betoneira. Os betões requisitados foram das classes de resistência C35/45 e C50/60, com classe de consistência S4, classe de exposição X0(P), classe de cloretos CL0.4 e cuja dimensão máxima do agregado era de  $16\text{mm}$ .

Os ensaios para avaliar a resistência à compressão uniaxial do betão foram realizados numa prensa universal servo-comandada, com capacidade máxima de  $2700\text{ KN}$  (figura 3.11) e seguindo a norma NP EN 12390-3/2003. Para avaliar a resistência foram ensaiados três ou quatro provetes cilíndricos de  $150\text{ mm}$  de diâmetro x  $300\text{ mm}$  de altura, às idades de 3, 7 e 28 dias. Foram também realizados ensaios numa data próxima dos testes nos modelos das consolas (aos 63 e 58 dias para os modelos C35 e C50, respectivamente).





Fig. 3.11 - Prensa Universal MST: Ensaio de compressão (esquerda) e modo de rotura observado (direita) [34]

Os resultados obtidos para as diferentes idades encontram-se na tabela 3.1, tendo a indicação da classe de resistência do betão, a idade do ensaio, o número de amostras ensaiadas, a massa volúmica do betão endurecido, a resistência média à compressão e o seu coeficiente de variação. Até à data de ensaio, os provetes foram mantidos em ambiente saturado à temperatura de 20°C.

Da tabela, os valores mais relevantes para a interpretação do comportamento das consolas são os referentes a uma idade semelhante à das consolas aquando dos respectivos testes de carga. Pela análise desses valores, observa-se que se obteve uma resistência à compressão média aos 63 dias de 35.5MPa (COV=0.6%) para a classe de betão C35/45. Para a classe de betão C50/60, obteve-se uma resistência à compressão média aos 58 dias de 49.5MPa (COV=4.7%).

Tabela 3.1 - Resistência à compressão uniaxial avaliada ao longo do tempo [34]

Ref. <sup>a</sup> da amostra	Idade (dias)	Nº de provetes	$\varphi$ Betão (Kg/m³)	$f_c$ (MPa)	$f_{cm}$ (MPa)	CV (%)
C35/45	3	3 Cilindros	2342	26,88	26,7	1,2
				26,94		
				26,38		
	7	3 Cilindros	2352	30,23	29,8	1,2
				29,54		
				29,68		
	28	4 Cilindros	2358	32,68	32,3	1
				32,16		
				32,1		
	63	3 Cilindros	2370	34	-	-
35,73						
35,52						
C50/60	3	4 Cilindros	2367	35,33	38,6	8,5
				39,37		
				40,33		
	7	3 Cilindros	2363	40,81	39,9	6,68
				42,95		
				38,86		
	28	3 Cilindros	2344	37,95	48,5	1,8
				48,6		
				47,6		
	58	3 Cilindros	2317	49,3	49,5	4,7
47,2						
49,4						

### 3.2.3.2. Aço

Os ensaios para avaliação da resistência à tração das armaduras foram realizados no CINFU – Centro de Formação Profissional da Indústria da Fundição (Porto). As propriedades mecânicas dos varões encontram-se na tabela 3.2, sendo indicado a referência da amostra, o diâmetro do varão ( $\varnothing$ ), módulo de elasticidade ( $E_s$ ), tensão de cedência ( $f_y$ ), resistência à tração ( $f_t$ ) e a extensão para a carga máxima ( $\epsilon_u$ ). Os resultados levam à conclusão que o aço pertence à classe de resistência A500, tal como pretendido. É de notar que o módulo de elasticidade da amostra Q20.3 da tabela não foi considerado no cálculo do valor médio por ser muito elevado.

Tabela 3.2 - Propriedades mecânicas dos varões ensaiados (valores médios) [34]

Ref. <sup>a</sup> da amostra	Ø (mm)	$E_s$ (GPa)	$E_{s,médio}$ (GPa), CV(%)	$f_v$ (MPa)	$f_{vm}$ (MPa), CV(%)	$f_t$ (MPa)	$f_{tm}$ (MPa), CV(%)	$\varepsilon_u$ (%)
Q12.1	12	193,2	216 9,3%	537	542 1,30%	671,8	674 0,90%	20,3
Q12.2		222,5		549,7		680,8		20,6
Q12.3		231,8		538		669,3		22,2
Q20.1	20	191,8	203	560,7	549 1,86%	670	657 1,77%	19,2
Q20.2		214,3		541,8		650		18,9
Q20.3		277		544,5		649,7		17,8

#### 3.2.4. FABRICO E CALENDARIZAÇÃO

As datas de betonagem e de ensaio das consolas encontram-se na tabela 3.3. Os modelos foram descofrados aos 2 dias de idade. Os provetes que no final apresentam a nomenclatura S (por ex: P4S) são os que apresentam armaduras soldadas.

Tabela 3.3 - Datas de betonagem e de ensaios dos provetes [34]

Proвете	Classe de betão	Data de betonagem	Data de ensaio	Idade (dias)
C35-P0	C35	09-12-2014	08-01-2014	30
C35-P1			07-02-2014	60
C35-P2			07-02-2014	60
C35-P3			10-02-2014	63
C35-P4S			07-02-2014	60
C35-P5S			10-02-2014	63
C50-P0	C50	16-12-2014	06-02-2014	52
C50-P1			11-02-2014	57
C50-P2			11-02-2014	57
C50-P3			12-02-2014	58
C50-P4S			11-02-2014	57
C50-P5S			12-02-2014	58

As armaduras foram moldadas a partir do desenho do Anexo B. Na figura 3.12 está representado um dos modelos imediatamente antes da sua colocação na cofragem. Na figura 3.13 encontra-se o detalhe de soldadura das armaduras principais nos provetes P4S e P5S.



Fig. 3.12 – Armadura pronta a colocar na cofragem [34]



Fig. 3.13 – Detalhe da soldadura [34]

As cofragens foram executadas com painéis de contraplacado de 21mm de espessura, tendo sido devidamente pinceladas com óleo descofrante previamente à colocação das armaduras. Na figura 3.14 está apresentada a cofragem antes e após a colocação das armaduras.



Fig. 3.14 – Cofragem utilizada [34]

A betonagem foi efetuada na nave do Laboratório de Estruturas. A operação de betonagem das consolas e dos provetes cilíndricos para avaliar a classe de resistência do betão está representada na figura 3.15 e figura 3.16.



Fig. 3.15 – Betonagem das consolas [34]



Fig. 3.16 – Betonagem dos provetes cilíndricos [34]



Os modelos foram ensaiados em posição invertida na prensa representada na figura 3.17, cuja capacidade máxima é de 10MN. Na figura 3.18 encontra-se o esquema do ensaio, onde se garante que cada consola é solicitada por uma força  $F$ , igual a metade da força total  $2F$  exercida no atuador. Os apoios cilíndricos permitem a rotação e deslizamento no plano da consola. No plano perpendicular foi impedida a rotação num dos apoios, de forma a garantir que o sistema estrutural é isostático. Na figura 3.19 encontra-se ainda ilustrado o posicionamento de um modelo na prensa no momento que precede o ensaio.



Fig. 3.17 – Máquina de ensaio [34]

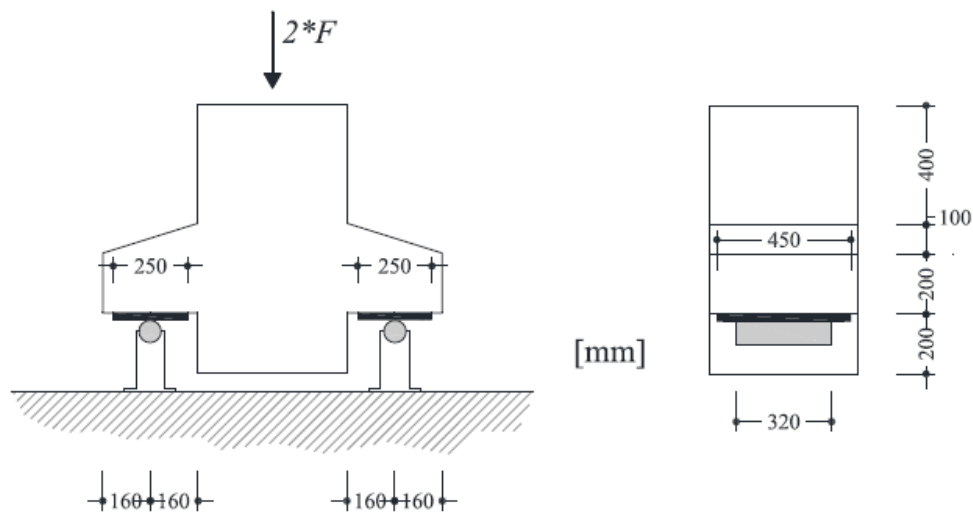


Fig. 3.18 – Arranjo experimental [34]

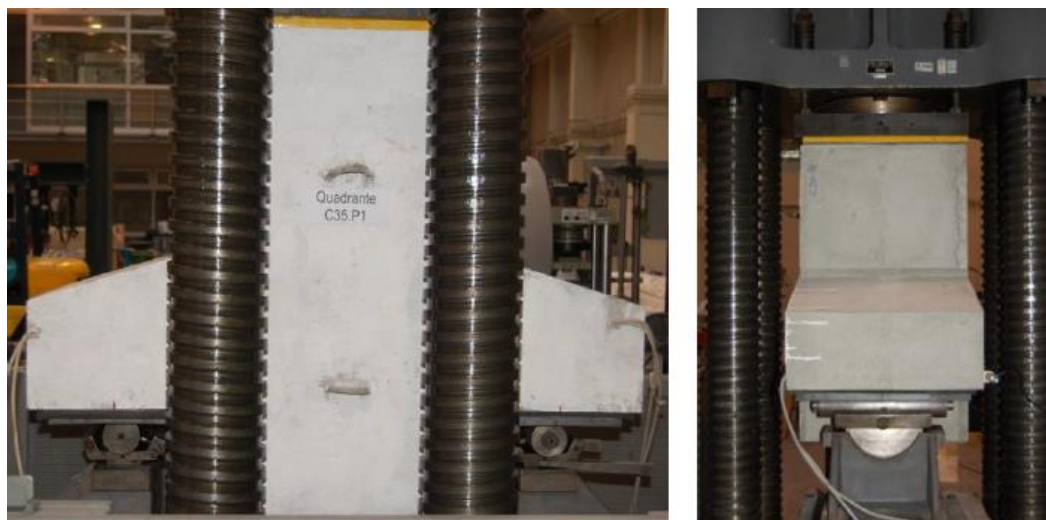


Fig. 3.19 – Posicionamento de um provete na máquina de ensaio [34]

Nos apoios, entre o rolete metálico e a superfície de betão foram colocadas uma chapa metálica de  $250 \times 450 \times 25 \text{ mm}^3$  e uma placa de neoprene de 10mm de espessura com vista a distribuir a carga concentrada do apoio. Na figura 3.20 encontra-se o detalhe da zona dos apoios.



Fig. 3.20 – Detalhe da zona dos apoios [34]

A instrumentação utilizada em cada provete consistia de 3 transdutores indutivos de deslocamento (LVDT's) e 4 extensómetros da marca *Vishay* tipo *CEA-06-250UW-350* colocado nas armaduras principais, tal como está representado na figura 3.21. O transdutor LVDT\_H mede o deslocamento relativo horizontal ao longo das armaduras principais entre dois pontos situados nas extremidades destas armaduras. Os deslocamentos verticais foram medidos através de transdutores LVDT\_V1 e LVDT\_V2, assegurando redundância na medição, sendo que os valores de ambos os transdutores foram muito semelhantes, tal como era expectável.

Na figura 3.21 (b) encontram-se representados os 4 extensómetros EXT1 a EXT4 tendo a indicação das suas respectivas posições. Nos modelos com armaduras não soldadas os extensómetros foram

colocados de forma simétrica a 80mm das armaduras do pilar (isto é, a 50mm da face do pilar). Nos modelos com armaduras soldadas optou-se por instrumentar duas secções de cada lado da consola, distanciadas entre si de 100mm. Dado ser impossível prever antecipadamente a localização exata das fissuras considerou-se importante assegurar redundância na medição das extensões nas armaduras, na medida em que o perfil de deformações ao longo dos varões após a ocorrência de fissuração é muito irregular, sendo difícil assegurar a representatividade das extensões medidas.

Antes da colagem dos extensómetros, a superfície do varão foi preparada com recurso a uma rebarbadora. Posteriormente a superfície foi regularizada com uma lixa fina e com um condicionador. Para garantir a limpeza da superfície foi aplicado um neutralizador. O extensómetro foi colocado na superfície do varão e foi colocada uma camada de resina epoxy para proteção do extensómetro. Na figura 3.22 encontram-se representados dois extensómetros colocados num varão, antes da colocação da camada de proteção.

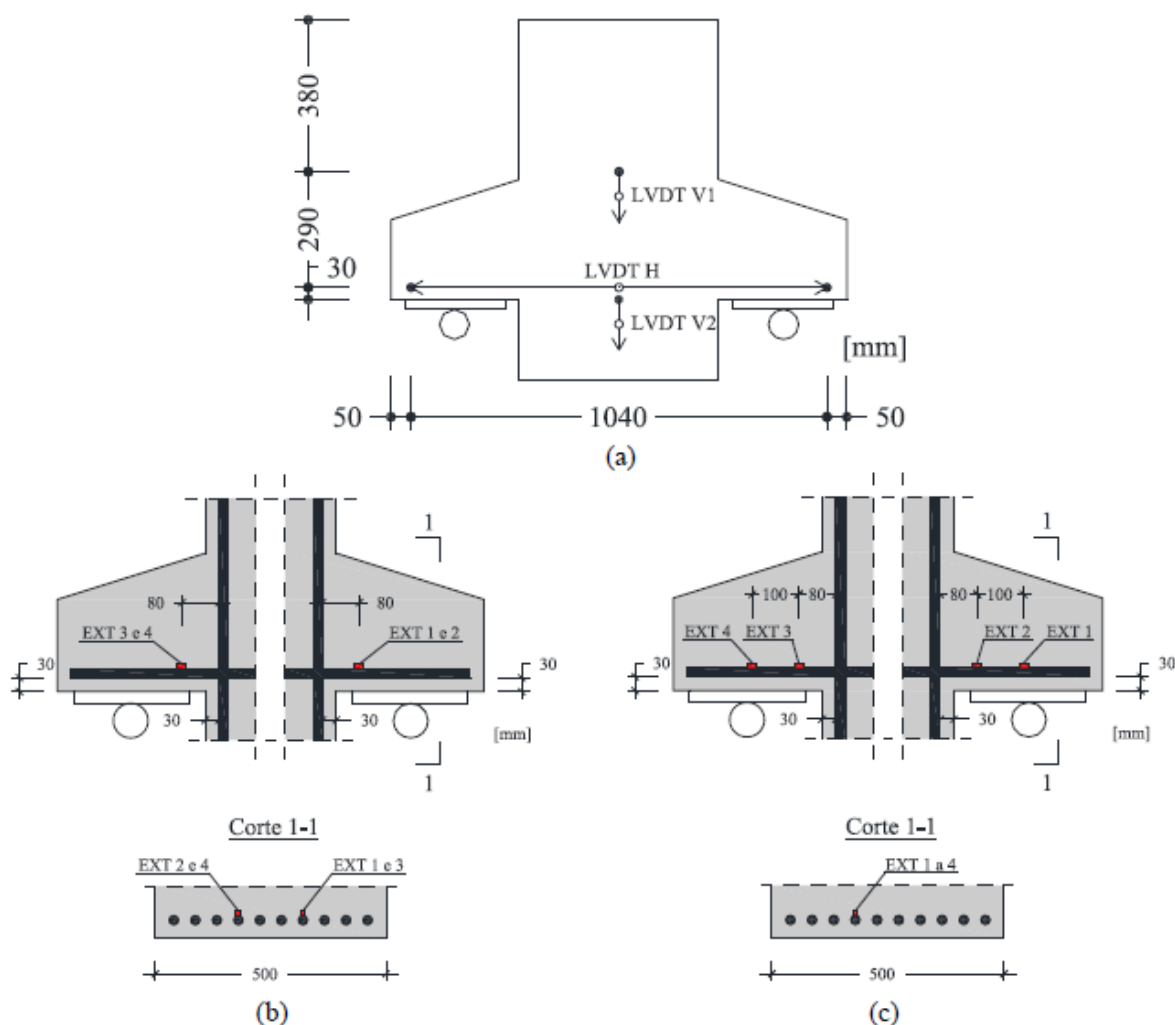


Fig. 3.21 – Instrumentação utilizada: (a) Transdutores de deslocamento (LVDT's); (b) Extensómetros colados na armadura dos provetes não soldados; (c) Extensómetros colados na armadura dos provetes soldados [34]





Fig. 3.22 – Detalhe de dois extensómetros colados nas armaduras principais de um provete soldado, antes da selagem com resina epoxy [34]

Os ensaios foram conduzidos por imposição de força no adutor à velocidade constante de  $d(2F)/dt=1.5kN/s$ , o que equivale a  $dF/dt=0.75kN/s$  em cada um dos apoios. Os transdutores de deslocamento e os extensómetros de resistência eléctrica foram ligados a um sistema de aquisição *DataTaker*, tendo sido efetuada a aquisição automática de leituras com frequência de 1Hz. Os valores das forças aplicadas foram registados pela célula de carga da máquina de ensaio.

A cada intervalo de carga no actuador de  $\Delta(2F)=500kN$  foi efetuado o mapeamento completo das fissuras no provete de modo a posteriormente analisar a regularidade ou não do padrão de fendas dos provetes e também poder comparar com os padrões de fendilhação do modelo numérico.

### 3.3. RESULTADOS

#### 3.3.1. CAPACIDADE DE CARGA

As cargas de rotura obtidas estão sumariadas na tabela 3.4, assim como alguns parâmetros relevantes para caracterizar o comportamento da consola. No Anexo A [34] estão ilustrados os resultados detalhados de todos os ensaios, incluindo fotografias na rotura e as respectivas curvas carga-deslocamento e carga-extensão.

Na terceira coluna está calculada a resistência efetiva (plástica) do betão:

$$f_{c1} = v' * f_{c,is} \quad (3.5)$$

Sendo  $f_{c,is}$  a resistência à compressão do betão na estrutura (in-situ) e  $v'$  o coeficiente de redução da resistência do betão devido a fendilhação da estrutura (segundo o EC2):

$$f_{c,is} \approx 0.85 \cdot f_c \quad (3.6)$$

$$v' = 1 - \frac{f_c(MPa)}{250} \quad (3.7)$$

Na última coluna da tabela está representada a tensão de corte normalizada na rotura.

Os recobrimentos apresentados foram medidos após os ensaios, escarificando a camada superficial do betão até expor as armaduras. O recobrimento  $c_h$  corresponde à distância medida na horizontal entre a face dos varões principais mais exteriores e a face vertical da consola. O recobrimento  $c_v$  corresponde à distância medida na vertical entre os mesmos varões e a face da consola em contacto com o neoprene. O valor médio de  $c_v$  é igual ao recobrimento nominal  $c_{nom}=300mm$ . No entanto, desvios em relação ao valor médio foram observados em alguns dos modelos devido a imperfeições na montagem das armaduras.

Tabela 3.4 – Resultados experimentais [34]

Modelo	$f_{cm}$ (MPa)	$f_{c1}$ (MPa)	$f_{vm}$ (MPa)	$c_h$ (mm)	$c_v$ (mm)	$d$ (mm)	$F_u$ (kN)	$F_{um}$ (kN)	$\frac{F_u}{(b.d.f_{c1})}$ (-)
C35-P0	35,5	25,9	549	25	33	257	<b>1119</b>	1129 (CV = 3,8%)	0,34
C35-P1				28	40	250	<b>1200</b>		0,37
C35-P2				30	32	258	<b>1091</b>		0,33
C35-P3				22	38	252	<b>1120</b>		0,34
C35-P4S				20	17	273	<b>1085</b>		0,31
C35-P5S				30	22	268	<b>1158</b>		0,33
C50-P0	49,5	33,7	549	23	13	277	<b>1360</b>	1432 (CV = 3,5%)	0,29
C50-P1				28	25	265	<b>1463</b>		0,33
C50-P2				25	60	230	<b>1448</b>		0,37
C50-P3				13	27	263	<b>1397</b>		0,31
C50-P4S				25	25	265	<b>1500</b>		0,34
C50-P5S				28	26	264	<b>1425</b>		0,32

A carga de rotura média dos modelos e correspondentes coeficientes de variação também se encontram tabelados. É de notar que os modelos com armaduras soldadas não apresentam cargas de rotura distintamente superiores às obtidas nos restantes modelos com armaduras não soldadas, tal como se verifica na figura 3.23 (a). Na figura 3.23 (b) interpreta-se que devido ao facto de os valores das tensões de corte normalizadas na rotura serem independentes da resistência do betão, a rotura foi condicionada pelo betão e não pela cedência das armaduras.

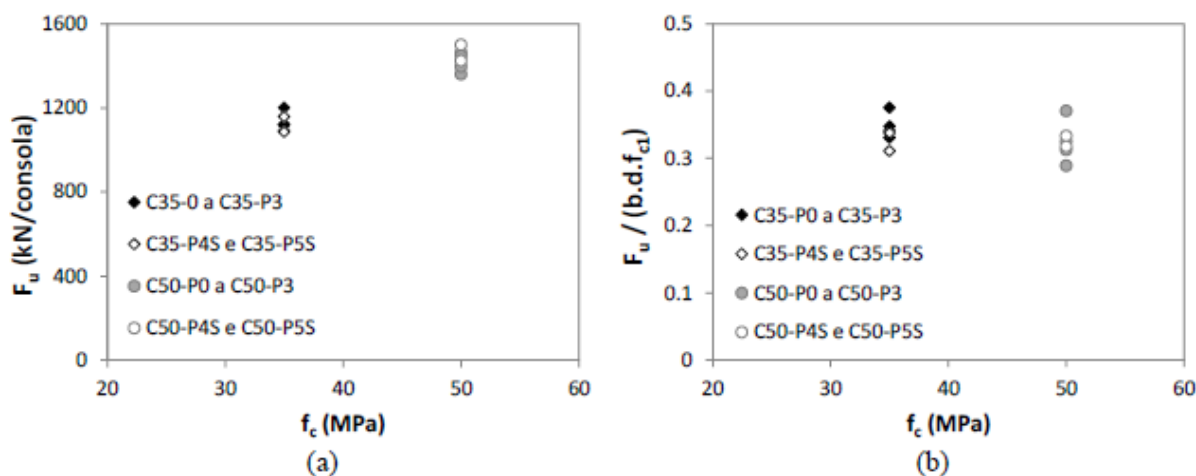


Fig. 3.23 - Cargas de rotura versus resistência do betão: (a) Carga de rotura por consola; (b) Tensão de corte normalizada [34]

Na figura 3.24 representa-se os valores das tensões de corte normalizada na rotura para os diferentes valores do recobrimento vertical. Pela análise da figura deteta-se uma tendência de aumento da resistência com um aumento do recobrimento. É de notar que o aumento do recobrimento aumenta as dimensões do nó do apoio.

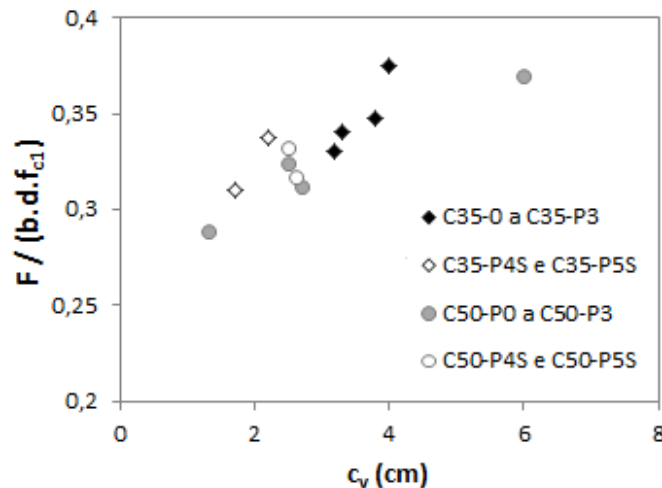


Fig. 3.24 - Tensão de corte normalizada versus recobrimento vertical

Da visualização dos ensaios obtiveram-se ainda as seguintes observações:

- Os modelos C35-P0, C35-P1, C35-P3, C50-P0, C50-P2 e C50-P3 apresentaram sinais de escorregamento dos varões junto à face.
- Nos modelos C35-P4S e C50-P5S observou-se uma possível rotura da soldadura de um dos varões junto à face. No entanto, não é possível afirmar categoricamente se a rotura se deu durante o ensaio ou apenas durante a remoção da camada de recobrimento. O modo de rotura observado no modelo C35-P4S parece sugerir que, neste caso a rotura da soldadura se deu durante o ensaio, pois a rotura foi muito repentina e o padrão de fendas é diferente (não se visualizam tantas *splitting cracks* ao longo da escora).

### 3.3.2. PREVISÃO DA CAPACIDADE DE CARGA VIA ANALÍTICA

Para proceder a uma previsão adequada da capacidade de carga criou-se um modelo de escoras e tirantes simples, classificado como modelo direto, onde a transmissão da força se faz diretamente através de uma escora de compressão diagonal. Este modelo encontra-se ilustrado na figura 3.25.

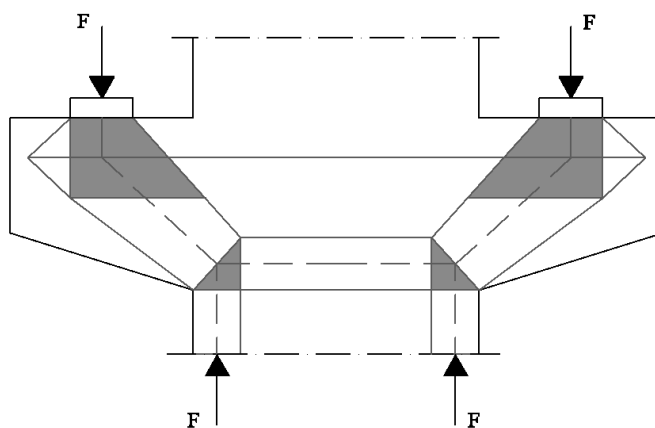


Fig. 3.25 – Modelo de escoras e tirantes proposto

Na figura 3.25 encontra-se representado o caminho da força do pilar para o apoio da consola. As regiões a sombreada ilustram as zonas nodais. Nestas zonas nodais é onde se encontram as forças no qual se procede ao equilíbrio do nó. Na figura 3.26 encontram-se representadas as forças nas regiões nodais do apoio e do nó de transição consola pilar. As forças que apontam para o interior do nó são de compressão, enquanto as que apontam para o exterior do nó são de tração. Sendo assim verifica-se que o nó do apoio da consola é um nó do tipo CCT e o nó da transição consola/pilar é um nó CCC.

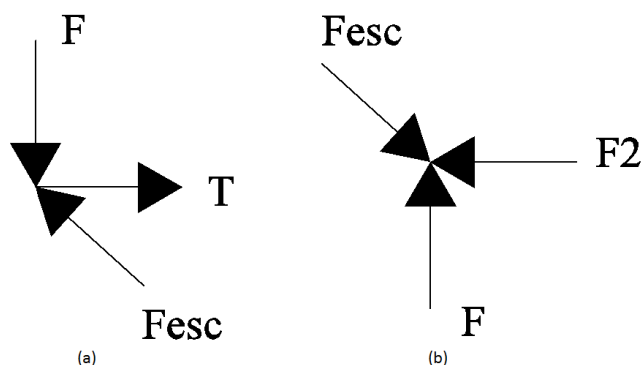


Fig. 3.26 - Equilíbrio dos nós (consola da esquerda): (a) Nó do apoio da consola; (b) Nó de transição consola/pilar

Ainda na figura 3.25, na região nodal do apoio, o tirante (encarregue de resistir ao esforço de tração  $T$ ) é prolongado para lá do final da mesma, de modo a proceder à sua amarração. No modelo a amarração está representada através de uma degradação de forças, onde a força no final do tirante deve ter valor nulo, sendo que é necessário um comprimento suficiente para que essas forças sejam degradadas para que não haja problemas de amarração e possível escorregamento das armaduras. O comprimento de amarração é contabilizado a partir da face interna do apoio.

Estando explicado o modelo usado, vão agora colocar-se 2 cenários distintos para se avaliar a resistência da consola: assumindo cedência das armaduras e assumindo esmagamento da escora comprimida de betão. Ainda se vai analisar se os comprimentos de amarração são ou não adequados.

Os cálculos referentes aos 2 cenários encontram-se no Anexo C. Em seguida vai explicar-se o significado dos vários elementos pertencentes às tabelas do anexo.

A tabela C1 refere os parâmetros de resistência e geométricos de cada modelo:

- $f_{c1}$  representa a resistência efetiva plástica do betão num nó do tipo CCC (equação 3.5)
- $f_{c2}$  representa a resistência efetiva plástica do betão num nó do tipo CCT

$$f_{c2} = 0.85 * v' * f_{c, is} \quad (3.8)$$

Os restantes parâmetros da tabela C1 já se encontram definidos no presente trabalho. Os valores tabelados estão em concordância com o definido pelo EC2.

A primeira hipótese (tabela C2) estabelece-se assumindo a cedência de armaduras e com posterior verificação da ocorrência do esmagamento no betão. Com esta hipótese pretende-se obter o ângulo da escora e força no apoio que levam à cedência da armadura. Para estabelecer esta hipótese, assumiu-se também que o nó na transição consola/pilar é classificado como hidrostático (ou seja, todas as faces do nó apresentam o mesmo valor da tensão) com tensão igual à resistência efetiva plástica do betão ( $f_{c1}$ ). Assim, este nó já se encontra verificado devido ao assumido, pelo que posteriormente é apenas necessário avaliar a segurança do nó do apoio.

Assumindo então armadura em cedência tem-se a seguinte força T no tirante:

$$T = A_s * f_y \quad (3.9)$$

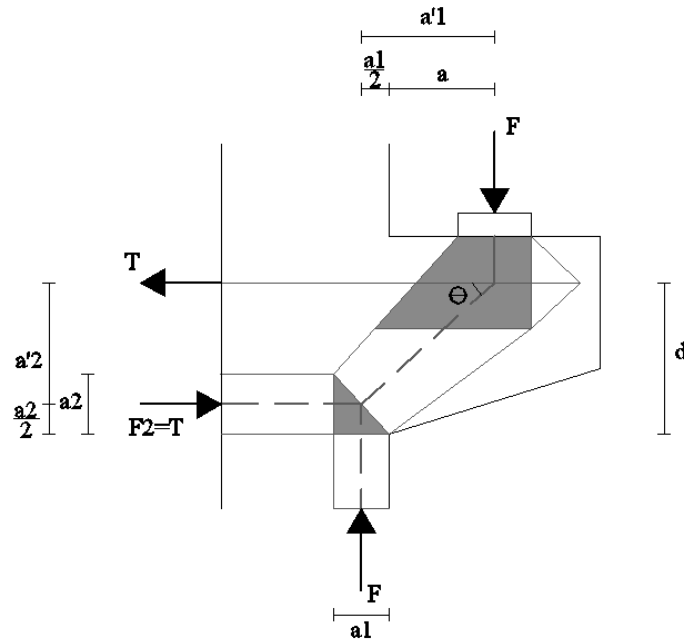


Fig. 3.27 – Equilíbrio das forças no modelo e algumas dimensões

Para se obter o ângulo da escora, é necessário obter as dimensões  $a'1$  e  $a'2$  da figura 3.27. Pela visualização da figura interpreta-se de imediato que

$$a'1 = a + a1/2 \quad (3.10)$$

$$a'2 = d - a2/2 \quad (3.11)$$

Assim, é necessário determinar  $a1$  e  $a2$  para poder determinar o ângulo da escora. Vai escrever-se a equação de  $a1$  e  $a2$  em função da taxa mecânica de armadura ( $\omega$ ), ângulo da escora ( $\cot \theta$ ) e da altura útil da consola ( $d$ ).

A taxa mecânica de armadura ( $\omega$ ) é:

$$\omega = \frac{A_s * f_y}{b * d * f_{c1}} \quad (3.11)$$

Onde substituindo pela equação (3.9) vem:

$$\omega = \frac{T}{b * d * f_{c1}} \quad (3.12)$$

Pelo equilíbrio das forças na direção x, tem-se que  $T = F_2$ , tal como ilustrado na figura 3.26. Igualando assim a tensão no nó à tensão efetiva do betão tem-se:

$$\sigma_c = f_{c1} = \frac{T}{a2 * b} \quad (3.13)$$

Colocando a2 em evidência tem-se:

$$a2 = \frac{T}{b * f_{c1}} \quad (3.14)$$

Agora multiplicando e dividindo por  $d$  e substituindo a equação 3.12 tem-se:

$$a2 = \frac{T}{b * f_{c1} * d} * d = \omega * d \quad (3.15)$$

De mesmo modo para a face horizontal do nó temos:

$$a1 = \frac{F}{b * f_{c1}} \quad (3.16)$$

Pelo equilíbrio do nó do apoio (figura 3.26), e sendo  $\theta$  o ângulo entre as forças  $T$  e  $F_{sc}$  tem-se que a relação entre a força  $F$  e  $T$  é (através do equilíbrio na direção x e na direção y):

$$F = \frac{T}{\cot \theta} \quad (3.17)$$

Assim, substituindo na equação 3.16 a força  $F$ , multiplicando e dividindo por  $d$  e substituindo a equação 3.12 tem-se:

$$a1 = \frac{T}{b * f_{c1} * d} * \frac{d}{\cot \theta} = \frac{\omega * d}{\cot \theta} \quad (3.18)$$

Com  $a1$  e  $a2$  definidos, já é possível definir o ângulo da escora:

$$\cot \theta = \frac{a'1}{a'2} = \frac{a + \frac{a1}{2}}{d - \frac{a2}{2}}$$

Onde substituindo  $a1$  e  $a2$  pelas equações 3.15 e 3.18 tem-se:

$$\begin{aligned} \cot \theta &= \frac{a + \frac{\omega * d}{2 * \cot \theta}}{d - \frac{\omega * d}{2}} = \frac{\frac{2 * a * \cot \theta + \omega * d}{2 * \cot \theta}}{\frac{2 * d - \omega * d}{2}} = \frac{\frac{2 * a * \cot \theta + \omega * d}{2 * \cot \theta}}{\frac{d * (2 - \omega)}{2}} = \frac{4 * a * \cot \theta + 2 * \omega * d}{2 * \cot \theta * d * (2 - \omega)} \\ &\Leftrightarrow 2 * \cot^2 \theta * d * (2 - \omega) = 4 * a * \cot \theta + 2 * \omega * d \end{aligned}$$

Dividindo por  $2d$  tem-se

$$\cot^2 \theta * (2 - \omega) = 2 * \frac{a}{d} * \cot \theta + \omega \Leftrightarrow \cot^2 \theta * (2 - \omega) - 2 * \frac{a}{d} * \cot \theta - \omega = 0$$

Aplicando a fórmula resolvente vem:

$$\cot\theta = \frac{2 * \frac{a}{d} + \sqrt{4 * (\frac{a}{d})^2 + 4 * (2 - \omega) * \omega}}{2 * (2 - \omega)}$$

Colocando a  $\sqrt{4} = 2$  em evidência resulta:

$$\cot\theta = \frac{\frac{a}{d} + \sqrt{(\frac{a}{d})^2 + (2 - \omega) * \omega}}{(2 - \omega)} \quad (3.19)$$

A equação 3.19 é a utilizada para definir o ângulo da escora. Tendo o ângulo da escora, é possível determinar a força no apoio pela equação 3.17 e também a força na escora.

Para acabar a verificação calculam-se as tensões no nó do apoio e comparam-se com a resistência efetiva plástica do betão num nó CCT ( $f_{c2}$ ). Daqui resultam a última coluna da TABELA C2, onde se conclui que se o valor da razão entre a tensão e a resistência for superior à unidade, a carga F obtida não é a resistência prevista para a consola pois já ocorreu o esmagamento do betão antes de ocorrer a cedência das armaduras.

A tensão na escora no nó do apoio é obtida por:

$$\sigma_{c3} = \frac{F}{b2 * a3 * \sin\theta} = \frac{F_{esc}}{b2 * a3} \quad (3.20)$$

Na análise do nó de apoio usa-se a dimensão  $b2$  para o cálculo pois é a zona que está efetivamente sobre tensão nessa zona (largura de carregamento).

Da equação 3.20 falta explicar como se obtém  $a3$  (largura de influência da escora diagonal no nó de apoio). O valor de  $a3$  vem definido na equação 3.21, obtido através de trigonometria proveniente da geometria apresentada na figura 3.28.

$$a3 = bap * \sin\theta + 2 * (h - d) * \cos\theta \quad (3.21)$$

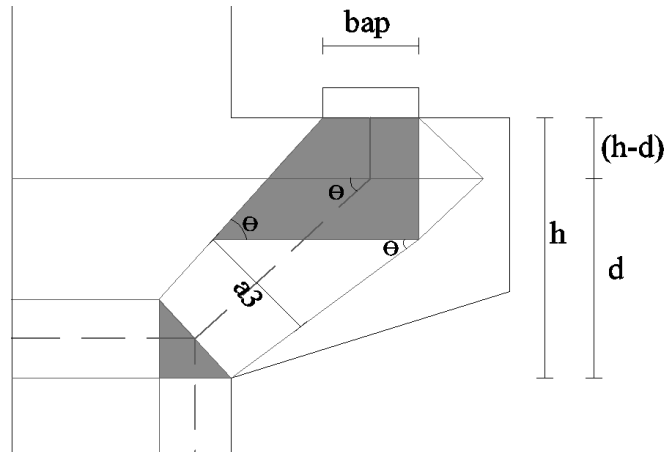


Fig. 3.28 – Geometria do modelo para definição de  $a3$

Assim todos os parâmetros ficaram definidos. Analisando a tabela C2 verifica-se que todos os modelos à exceção do modelo C50-P2 apresentaram esmagamento do betão no nó do apoio antes de ocorrer a cedência das armaduras, o que torna esta hipótese inválida para avaliar a força final nesses modelos. Isto significa que nesses modelos, não é possível desenvolver uma força suficiente para que as armaduras entrem em cedência, pois dá-se rotura por esmagamento do betão com uma força menor. O modelo C50-P2 apresenta uma razão entre a tensão de compressão na escora e a resistência efetiva

próxima da unidade (0.99) pelo que segundo o MET a cedência das armaduras para este modelo ocorre para uma carga muito próxima da que levaria ao esmagamento da escora.

A segunda hipótese assume o esmagamento do betão na escora diagonal no nó de apoio e que o nó na transição consola/pilar é hidrostático, ou seja, com tensão igual em todas as faces e cuja tensão é igual à tensão efetiva do betão num nó CCC (tal como foi admitido na hipótese anterior). Esta hipótese encontra-se na tabela C3.

Com esta hipótese pretende-se obter a força do apoio que leva ao esmagamento da escora diagonal no nó de apoio e verificar se para essa força, a tensão na armadura é superior ou inferior à tensão de cedência.

As incógnitas nesta hipótese são o ângulo da escora inclinada ( $\theta$ ) e a largura  $a_1$  (ver figura 3.27) do nó da zona de transição consola/pilar. Para resolver esta hipótese utilizou-se a função SOLVER do programa EXCEL, pois sabe-se a tensão limite que se pretende na escora diagonal na zona do nó de apoio (usado como critério de convergência para a solução) e são conhecidos também dois modos alternativos de calcular a tensão de corte normalizada na rotura e também a tensão na armadura principal. Para obter a solução, o SOLVER varia os valores de  $\theta$  e  $a_1$  de modo a que a tensão na escora diagonal (pela equação 3.20) seja igual ao seu valor limite ( $f_{c2}$ ). A solução é convergida quando a soma dos quadrados dos resíduos é aproximadamente nula, ficando verificada a segurança do modelo (isto caso não tenha ocorrido anteriormente a cedência das armaduras). Os resíduos representam a diferença para os valores da tensão de corte normalizada e tensão na armadura pelas duas diferentes formulações.

Os dois modos de obter a tensão de corte normalizada na rotura são:

$$\frac{F_{mod}}{b*d*f_{c1}} = 0.85 * \frac{b_2}{b} * \frac{a_3}{d} * \sin\theta \quad (3.22)$$

$$\frac{F_{mod}}{b*d*f_{c1}} = \frac{a_1 * \cot\theta * (1 - \frac{a_1 * \cot\theta}{2*d})}{a + \frac{a_1}{2}} \quad (3.23)$$

O resíduo da tensão de corte normalizada é calculada subtraindo a solução de 3.22 pela solução de 3.23. A partir das equações é obtida a força no apoio resolvendo a equação em ordem a  $F_{mod}$  (que representa a força no apoio, denominada por  $F$  na figura 3.27).

Os dois modos de obter a tensão na armadura são:

$$\sigma_s = \frac{T}{A_s} = \frac{F * \cot\theta}{A_s} \quad (3.24)$$

$$\sigma_s = \frac{F * (a + \frac{a_1}{2})}{\frac{(d - \frac{a_2}{2})}{A_s}} \quad (3.25)$$

O resíduo da tensão nas armaduras obtém-se subtraindo a solução de 3.24 pela solução de 3.25.

Assim já se tem tudo o necessário para avançar com a solução e obter-se os resultados encontrados na tabela C3. A análise da tabela permite tirar as mesmas conclusões que a tabela C2. Para todos os modelos à exceção do C50-P2, tem-se uma tensão inferior à tensão de cedência, ou seja, a rotura deu-se por esmagamento da escora diagonal. No caso do modelo C50-P2, a tensão resultante é superior à tensão de cedência das armaduras, ou seja, a força que levaria à rotura por esmagamento é maior que a necessária para levar à cedência. Assim, conclui-se que com o modelo de escoras e tirantes assumido, todos os modelos romperam por esmagamento do betão, à exceção do modelo C50-P2 que rompeu por cedência das armaduras.



Esta última conclusão não está de acordo com o observado nos ensaios, onde não pareceu haver cedência generalizada das armaduras em nenhum dos modelos. O modelo C50-P2 (como se pode ver no Anexo A) apresentou uma extensão máxima inferior a 2.25‰, o que leva a concluir que não houve mesmo cedência generalizada das armaduras, ao contrário do que se concluiu pelo modelo de escoras e tirantes assumido. Sendo assim vai analisar-se ainda a possibilidade de terem ocorrido problemas por falta de comprimento de amarração.

O comprimento de amarração começa a ser contabilizado na face interior do apoio, tal como indiciado na figura 3.29. Na figura está ainda indicada as informações que permitem calcular o comprimento de amarração disponível nas consolas ( $lb, prov$ ).

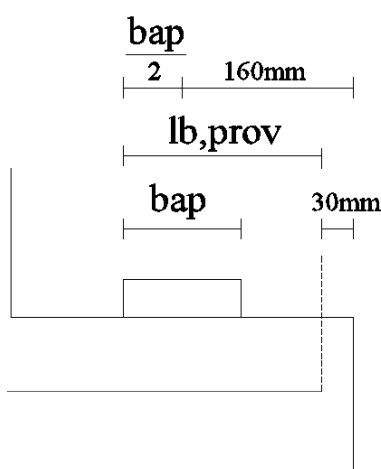


Fig. 3.29 – Explicação do comprimento de amarração disponível

Pela interpretação da fig. 3.29, determina-se que o comprimento de amarração disponível é:

$$lb, prov = 0.130 + \frac{bap}{2} \quad (3.26)$$

Para determinar se existem problemas de amarração calculou-se na tabela 3.5 o valor do comprimento de amarração necessário pelo Model Code 1990 [14]:

$$lb, rq = \left(\frac{2}{3}\right) * \left(\frac{\sigma}{4}\right) * \left(\frac{\sigma_s}{0.6 * (f_{c, is})^{2/3}}\right) \quad (3.27)$$

Da equação 3.27 considera-se como tensão na armadura o mínimo entre tensão de cedência da tabela C2 ou tensão nas armaduras obtida na tabela C3 do Anexo C.

A resistência à compressão do betão na estrutura ( $f_{c, is}$ ) está definido na equação 3.6.

Assim já se pode obter a o comprimento de amarração requerido ( $lb, rq$ ) e comparar com o comprimento de amarração disponível ( $lb, prov$ ). Essa comparação encontra-se na tabela 3.5.

Analisando a tabela 3.5 verifica-se que todos os modelos apresentam comprimento de amarração suficiente, com exceção do modelo C50-P2 que tem comprimento de amarração insuficiente.

Tabela 3.5 - Comparação entre  $lb, prov$  e  $lb, rq$

Modelo	$f_{c, is}$	$\sigma_s$	$lb, prov$	$lb, rq$
--------	-------------	------------	------------	----------

	(MPa)	(MPa)	(mm)	(mm)
C35-P0	29,75	290,68	185,0	168,2
C35-P1	29,75	319,75	185,0	185,0
C35-P2	29,75	286,72	185,0	165,9
C35-P3	29,75	311,19	185,0	180,1
C35-P4S	29,75	233,02	185,0	134,8
C35-P5S	29,75	249,80	185,0	144,5
C50-P0	42,50	292,80	185,0	133,6
C50-P1	42,50	346,03	185,0	157,9
C50-P2	42,50	496,00	185,0	251,0
C50-P3	42,50	355,71	185,0	162,3
C50-P4S	42,50	346,03	185,0	157,9
C50-P5S	42,50	350,84	185,0	160,0

Nas duas análises anteriores do modelo de escoras e tirantes, para o modelo C50-P2 obtinha-se rotura por cedência devido à elevada profundidade do nó, pois o recobrimento era elevado e apesar do modo de rotura visualizada nos ensaios ser idêntica à dos restantes modelos, a tabela 3.5 indica que a rotura deste modelo foi uma rotura por falta de amarração/escorregamento. Pelo resultado do comprimento requerido para esse modelo, conclui-se que a armadura só consegue desenvolver 405MPa de resistência (valor obtido pela razão entre o comprimento disponível e o comprimento necessário de amarração, sendo esta razão multiplicada pela tensão de cedência da armadura para determinar a tensão que a armadura consegue desenvolver).

Como conclusão, quando comparados com os ensaios, todos os modelos à exceção do modelo C50-P2 estão corretamente previstos pelas hipóteses (modo de rotura e carga) apresentadas anteriormente e apresentam amarração suficiente. A razão entre a carga máxima dos ensaios e a carga prevista pelo modelo proposto constam na figura 3.30, onde se permite avaliar que o modelo permite chegar a uma carga próxima da real. Como nos ensaios se conclui que algumas roturas tenham sido antecipadas por problemas de aderência e como este aspeto não foi tido em conta no modelo, poderia fazer com que o modelo proposto não apresentasse previsões conservativas. No entanto, este aspeto não interferiu e o modelo proposto apresentou resultados conservativos, o que aumenta a validade e confiança no mesmo. Também se conclui que o modelo proposto apresenta aproximadamente a mesma eficácia (e igualmente conservativo) na avaliação da carga máxima para diferentes valores da resistência à compressão do betão.

O único modelo que não se apresentou conservativo pelas duas vias assumidas no modelo de escoras e tirantes foi o C50-P2 que se encontra abaixo da linha que define como unitária a razão entre a carga experimental e a carga prevista pelo modelo. Este aspeto deve-se à rotura prevista ocorrer por falta de comprimento de amarração, pois como o modelo assumia cedência das armaduras, o comprimento necessário para amarrar armaduras em cedência é superior ao necessário para armaduras com tensões inferiores à cedência.

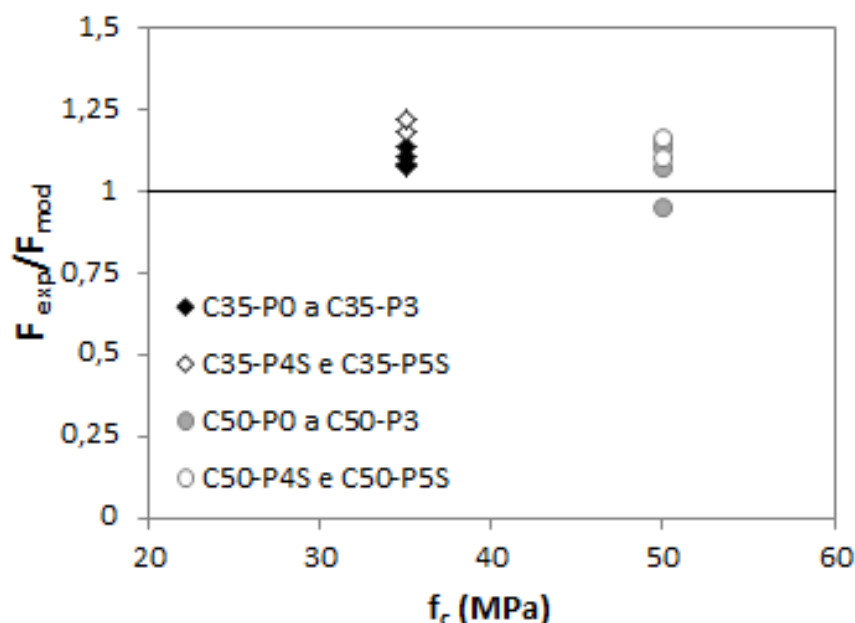


Fig. 3.30 - Razão entre a carga experimental e a carga prevista pelo modelo proposto consoante a classe de resistência do betão

### 3.3.3. PADRÃO DE FENDAS E MODO DE ROTURA

No que diz respeito ao padrão de fendilhação, durante os ensaios verificou-se que este não diferiu muito de modelo para modelo. Na figura 3.31 está representada a evolução do padrão de fendas no modelo C50-P2. As primeiras fendas visíveis a olho nu surgiram sempre na aresta de transição entre a face tracionada da consola e o pilar, geralmente para um valor de  $F$  inferior a 250kN/consola.

Em seguida, e a par da propagação das primeiras fendas, surgiram novas fendas com direção diagonal, seguindo a escora de compressão que faz a transmissão da força da consola para o pilar. Estas fendas em geral (não se verifica para o modelo C50-P2) já eram visíveis para  $F=500$ kN/consola. Por vezes, apresentavam uma certa curvatura, sendo que nestes casos eram contínuas até á face tracionada da consola, indiciando um comportamento de corte/flexão.

Noutros casos, estas fendas eram tipicamente *splitting cracks*, aproximadamente retas e alinhadas com a referida escora, apenas visíveis no troço compreendido entre as armaduras principais e o nó comprimido na transição entre a consola e o pilar.

Para valores de  $F$  compreendidos entre 500 a 1000 kN/consola observou-se em geral o aumento da abertura das fendas existentes e ainda alguma ramificação das fendas diagonais descritas anteriormente. Esta fase pode ser classificada como de fendilhação estabilizada.

Para valores de  $F$  superiores a 1000kN/consola começaram a surgir novas fendas inclinadas, aproximadamente paralelas às iniciais, cuja abertura rapidamente aumentou para valores superiores a 0.5mm. Para os modelos C35, a rotura ocorreu em geral pouco depois do surgimento dessas fendas, para valores de  $F$  entre os 1085 e 1200 kN/consola. Em alguns casos verificou-se que durante a rotura se formaram fendas horizontais paralelas aos varões principais, indicando ocorrência de escorregamento dos varões mais próximos das faces verticais da consola. Para os modelos C50, a rotura ocorreu para valores de  $F$  entre 1360 e 1500 kN/consola. Em geral, estes modelos revelaram a capacidade para resistir mais cargas durante a formação destas novas fendas inclinadas. Tal como nos

modelos C35, em alguns casos foram visíveis sinais de escorregamento dos varões situados junto às faces verticais.

Pela descrição acima efetuada e pela análise da figura 3.31 verifica-se que o padrão de fendas é semelhante ao descrito em 3.1.2.

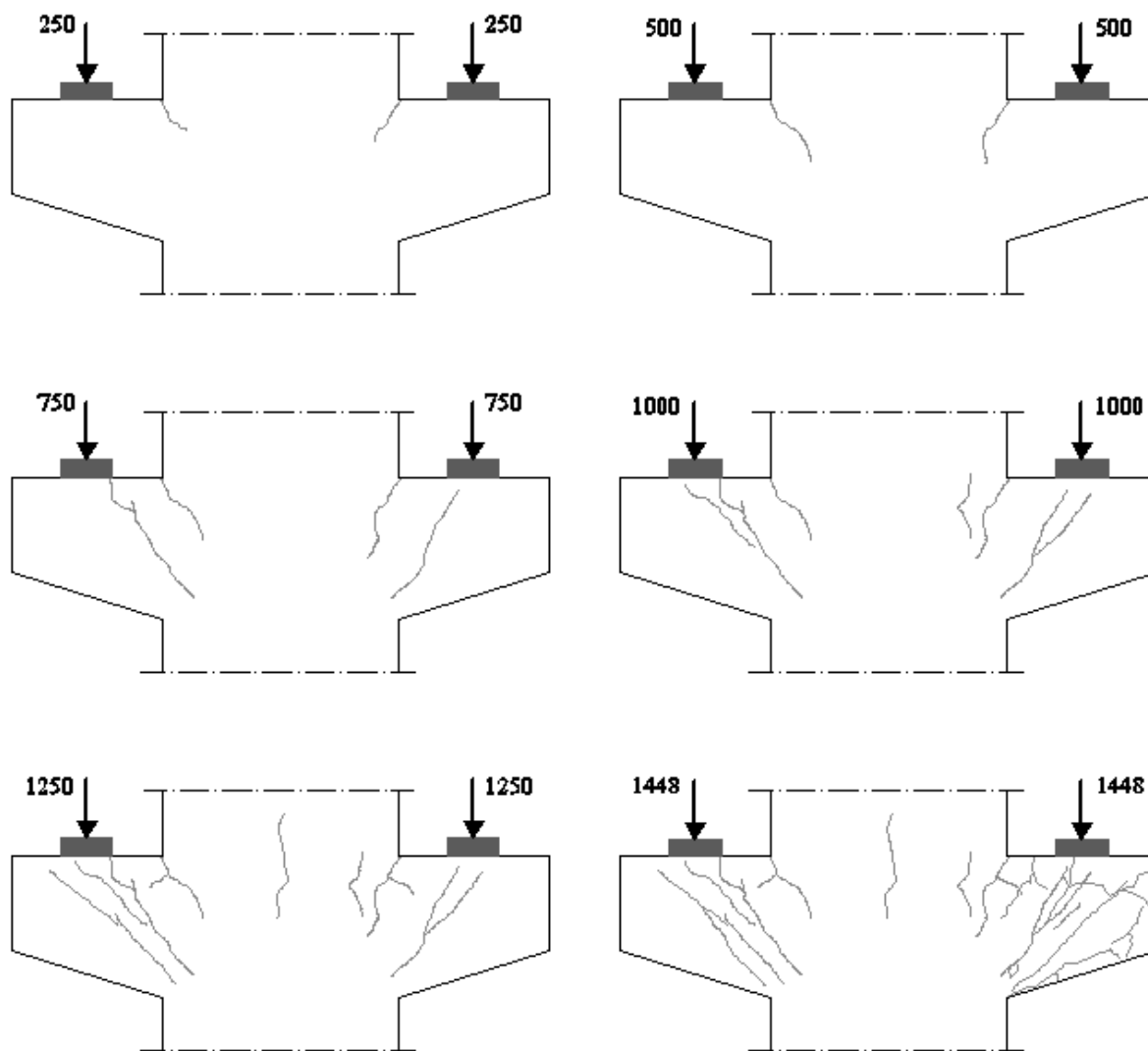


Fig. 3.31 - Evolução do padrão de fendas durante o ensaio no modelo C50-P2 (Forças em kN)

Nos modelos com armaduras soldadas (P4S e P5S), o comportamento durante o ensaio não foi muito distinto do acima descrito. No entanto, em geral foram observadas menos fendas nos modelos soldados do que nos restantes. Um exemplo de padrão de fendas de um modelo soldado (C50-P5S) encontra-se na figura 3.32.

É ainda de realçar que uma fenda surgiu sistematicamente em todos os provetes aproximadamente a meia espessura da consola, a qual se encontra ilustrada na figura 3.33.

Os modos de rotura observados são consistentes com os classificados como rotura da escora comprimida (ver 3.1.2), eventualmente antecipada em alguns casos por deslizamento dos varões localizados mais perto das faces. As cargas de rotura obtidas indicam que não terá ocorrido a cedência generalizada da armadura principal (também provado pelo MET no ponto anterior - 3.3.2).

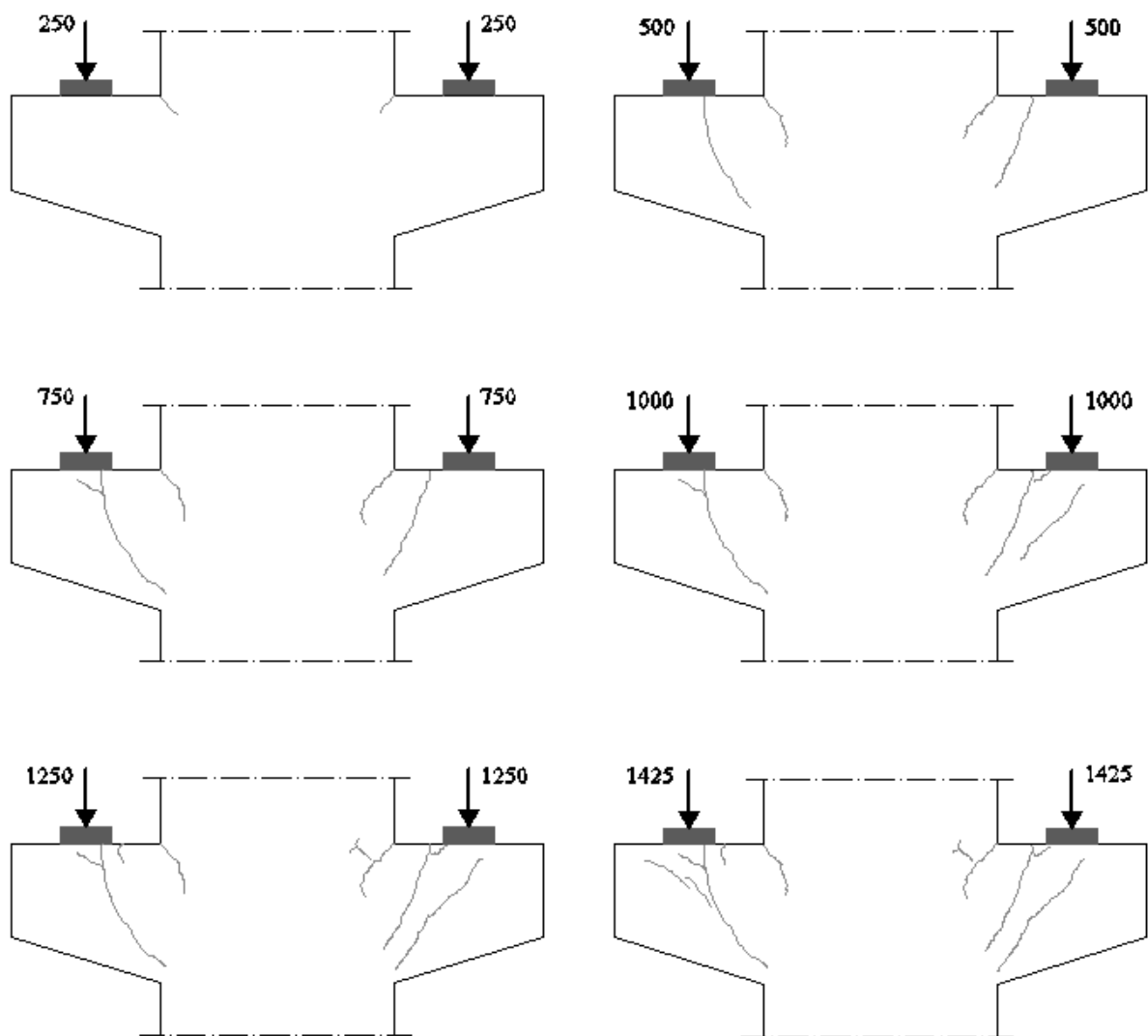


Fig. 3.32 - Evolução do padrão de fendas durante o ensaio no modelo C50-P5S (Forças em kN)



Fig. 3.33 – Fenda que surgiu a meia espessura da consola

#### 3.3.4. CURVAS CARGA-DEFORMAÇÃO E CARGA-EXTENSÃO

Relativamente às curvas carga-deformação, estas apresentam dispersão entre curvas dos diferentes modelos da mesma classe de resistência, mas este aspeto não está associado a nenhuma particularidade observada no comportamento estrutural durante o ensaio, pelo que se poderá atribuir ao facto de os deslocamentos medidos serem muito pequenos, e portanto serem susceptíveis a pequenas perturbações/heterogeneidades do sistema estrutural constituído pelo modelo e seus apoios.

Em geral, os modelos soldados apresentaram uma tendência para serem ligeiramente mais rígidos que os restantes.

Relativamente às curvas carga-extensão medida pelos extensómetros colados nas armaduras, a dispersão verificada entre as diferentes curvas seria expectável, visto que as extensões medidas são muito dependentes da posição do extensómetro em relação à fenda mais próxima. Ainda assim, é de notar que em alguns extensómetros mediram-se extensões de valor superior a 2.25‰, o que indica cedência dos varões aos quais estavam colados. Dado que as cargas de rotura não são compatíveis com a cedência generalizada dos 10 varões Ø20 (como visto em 3.3.2), este facto aponta para que a tensão nos varões internos, nos quais estavam colados os extensómetros, é mais alta do que nos varões mais próximos da face. Para isto contribui não só o menor confinamento dos varões da face, e portanto menor aderência, mas também o facto de a chapa de apoio ser menos larga (45cm) do que a consola (50cm), o que pode dificultar a solicitação dos varões Ø20 mais perto da face.

No caso dos modelos soldados, verifica-se que as extensões mostram uma tendência para serem ligeiramente superiores à dos restantes modelos.

Os aspectos referidos anteriormente estão ilustrados na figura 3.34. No caso das curvas carga-extensão, a extensão representada é a medida na consola pela qual ocorreu a rotura. É de notar que as curvas referentes à medição LVDT\_V seguem o discutido em 3.1.4 (curvas do artigo de Foster et al [28]) para o caso de roturas por compressão (caso das curvas da campanha experimental deste estudo), apresentando as curvas da figura 3.34 maior não-linearidade do que as referidas na literatura.

Pela análise da figura é também possível confirmar através do patamar aproximadamente horizontal na curva referente às medições com o LVDT horizontal, LVDT\_H, que, em geral, ocorreu escorregamento das armaduras nos modelos não soldados. Este aspeto verifica-se para todos os modelos não soldados C35 e também para o C50-P2.

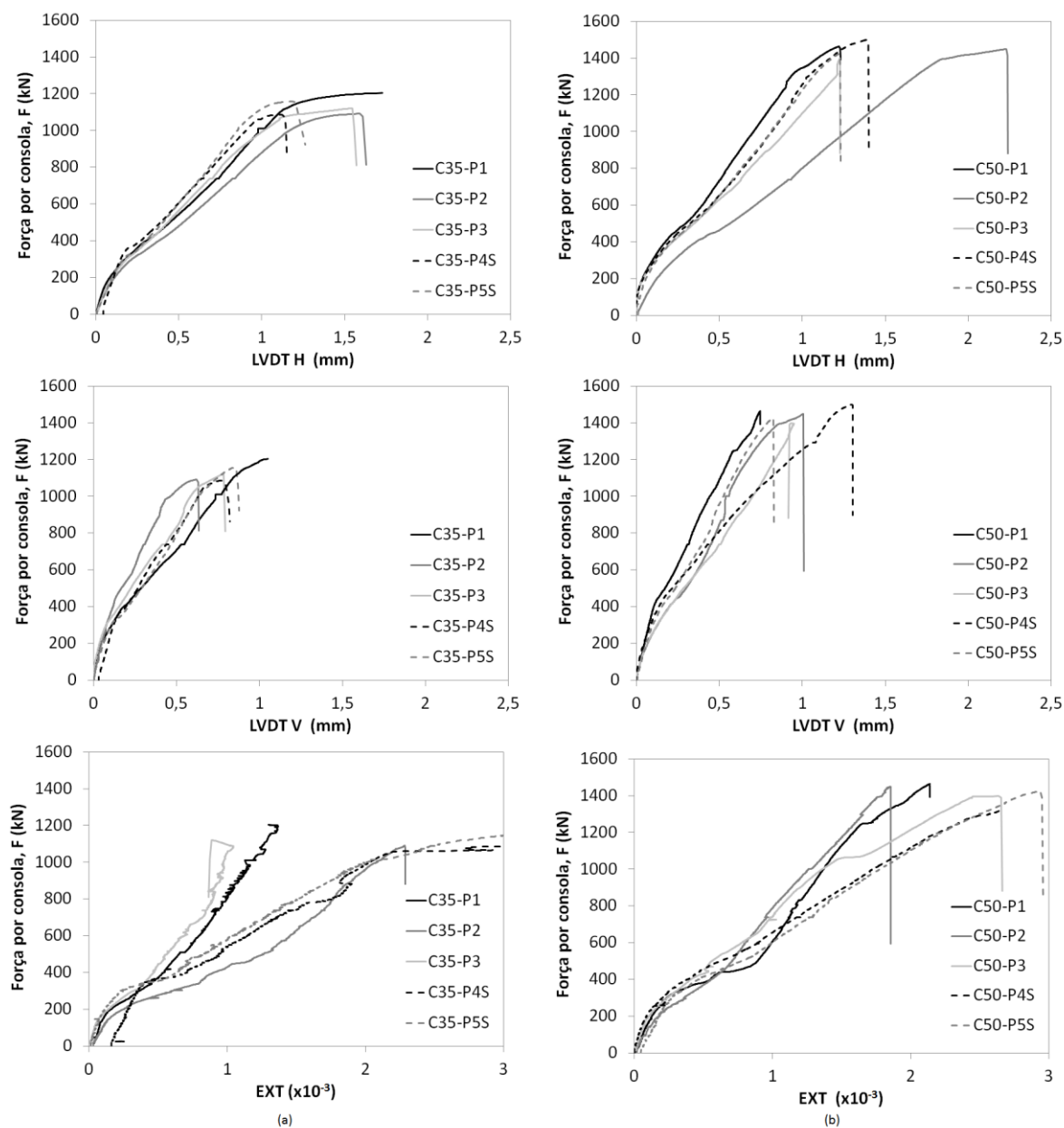


Fig. 3.34 - Curvas carga-deformação e carga-extensão: (a) modelos C35; (b) modelos C50 [34]





# 4

## ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

### 4.1. SIMULAÇÃO DOS ENSAIOS

#### 4.1.1. ENQUADRAMENTO

No presente capítulo vai proceder-se à análise do que foi visualizado na campanha experimental com recurso a modelos numéricos através do programa de cálculo DIANA.

Como as consolas são um elemento estrutural com comportamento complexo, o estudo vai efetuar-se através de uma análise não-linear de modo a melhor traduzir o comportamento das mesmas. Os resultados obtidos vão ser comparados com os apresentados no capítulo anterior.

As noções a ter em conta sobre análise não linear de estruturas de betão armado encontram-se discutidas no Capítulo 2.

Os principais parâmetros a discutir pelo modelo serão:

- Resistência final da peça
- Diagramas carga-deslocamento (horizontais e verticais)
- Padrão de fendilhação
- Modo de rotura
- Tensões principais de compressão
- Tensões nas armaduras (para confirmar se estas estão em cedência ou não)

O modelo produzido no programa DIANA trata-se de um modelo 2D em que se representa apenas metade da peça ensaiada tirando partido das suas condições de simetria.

#### 4.1.2. GEOMETRIA E CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

A geometria do modelo e respectivas posições de armaduras encontram-se definidas no Anexo B.

Como durante os ensaios se observou que a chapa metálica nos apoios empenou, houve dificuldade em definir a largura de apoio onde realmente a carga era aplicada. Esse estudo é efetuado na continuação deste capítulo.

Relativamente a condições de apoio, todo o eixo de simetria foi travado na horizontal e a face inferior do pilar foi travada na direção vertical. O travamento na direção vertical foi colocado de modo a que a reação represente a aplicação de cargas a que se procedeu no ensaio. No modelo aplicaram-se as forças na zona do apoio dos ensaios. Todas estas indicações encontram-se representadas na figura 4.1.

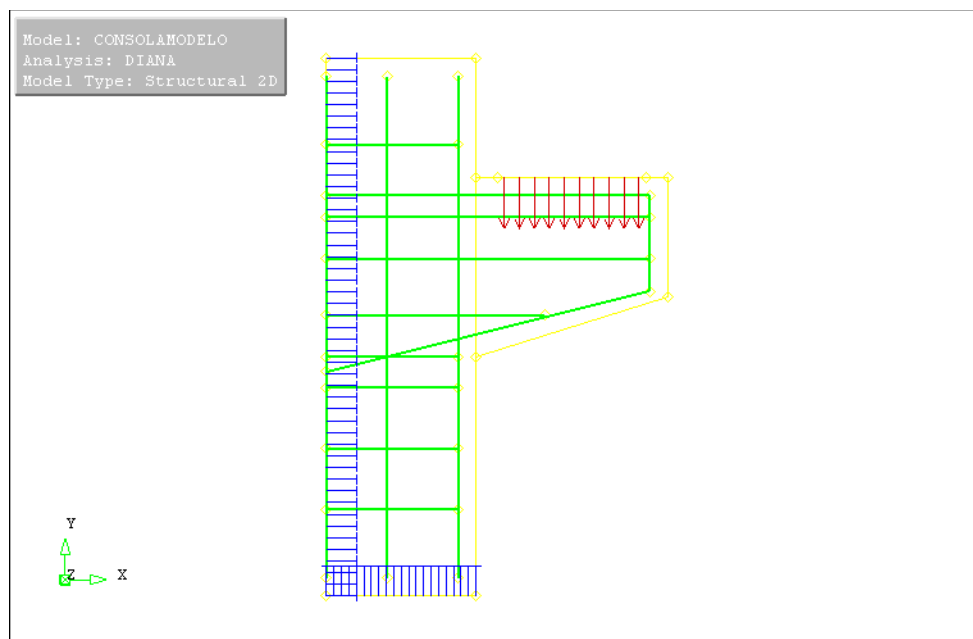


Fig. 4.1 - Geometria do modelo e condições de fronteira

#### 4.1.3. ELEMENTOS FINITOS

Durante este estudo foram usados dois tipos de elementos finitos e com dois tipos de análises diferentes.

Para a estrutura de betão armado usou-se o tipo de elemento CQ16M (análise mecânica). Este é um elemento quadrilátero de 8 nós isoparamétrico que permite avaliar estados planos de tensão, baseado na interpolação quadrática e na integração de Gauss. Um esquema do elemento CQ16M encontra-se na figura 4.2.

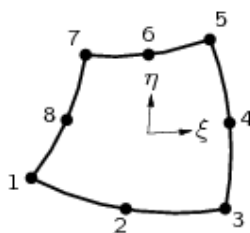


Fig. 4.2 - Elemento finito de 8 nós do tipo CQ16M para avaliar estados planos de tensão [35]

Para a análise dos elementos de interface (neoprene no estudo da largura de influência do apoio a efetuar posteriormente) usou-se o tipo de elemento CL12I. Trata-se de um elemento de interface entre duas linhas com 3 nós por linha, baseado na interpolação quadrática. Na figura 4.3 encontra-se representado um elemento CL12I e os deslocamentos dos seus nós.

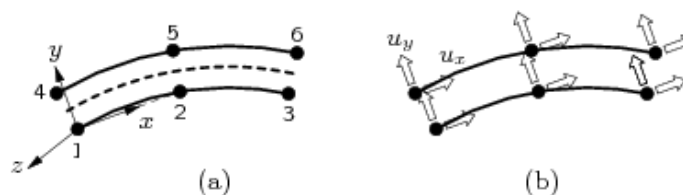


Fig. 4.323 - Elemento de interface CL12I: (a) topologia; (b): deslocamentos nodais [35]

Na figura 4.4 encontra-se representado um exemplo do funcionamento conjunto dos elementos CL12I e CQ16M.

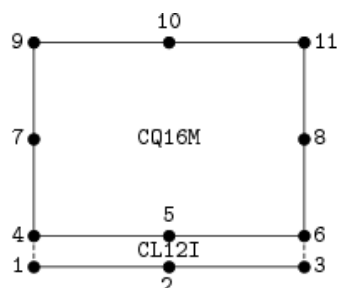


Fig. 4.4 - Exemplo da ligação entre um elemento CL12I e um elemento CQ16M [35]

Assim podem gerar-se as malhas de elementos finitos do modelo simplificado (com a força distribuída ao longo do apoio) e o modelo completo (com a chapa de neoprene e de aço para simular o comportamento do apoio e avaliar a verdadeira zona de aplicação de carga). O modelo completo é o único que contém os dois tipos de elementos ilustrados anteriormente, pois o neoprene é o único elemento modelado pelos elementos de interface CL12I.

As malhas nos dois modelos são semelhantes, com exceção na zona do apoio da consola, pois têm diferentes zonas de aplicação de carga.

Nas figuras 4.5 e 4.6 encontram-se representadas as malhas para o modelo simplificado e completo, respectivamente.

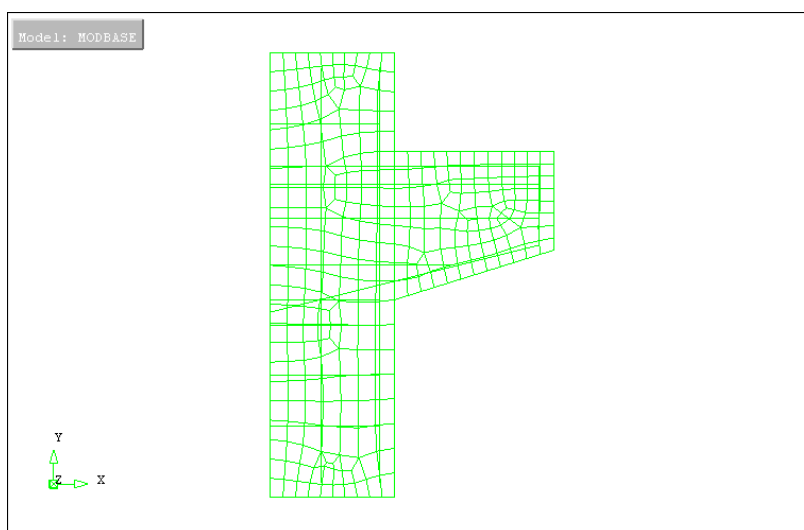


Fig. 4.5 - Malha de elementos finitos do modelo simplificado

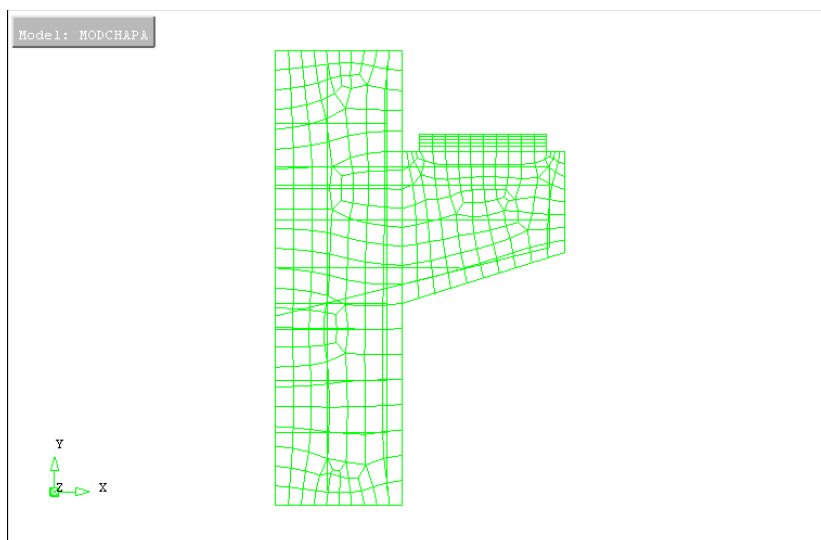


Fig. 4.6 - Malha de elementos finitos do modelo completo

#### 4.1.4. PROPRIEDADES MATERIAIS

##### 4.1.4.1. Betão

Para o estudo do betão é necessário considerar as suas variáveis de análise não-linear e as de análise linear (que permitem ao modelo numérico efetuar uma 1ª iteração). Com vista a avaliar a sensibilidade da resposta à variação de alguns dos parâmetros definidores do comportamento do betão no modelo de análise não linear, foi efetuado um estudo paramétrico (a ser discutido em 4.2), pelo que nesta fase se vão apresentar as características definidas para o modelo que serve de base do mesmo. Este foi efetuado tendo como base a classe de resistência C35, pelo que os valores das propriedades materiais para a classe C50 serão só apresentados no final desse estudo.

Os parâmetros que se vão manter constantes ao longo de todo o estudo paramétrico são:

- Módulo de Elasticidade:  $E=32\text{GPa}$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu=0.2$
- Resistência à compressão do betão:  $f_c=30\text{MPa}$  (pela equação 3.6)

Os parâmetros que se vão variar ao longo do estudo paramétrico são (os valores indicados aqui representam os usados para o modelo base):

- Resistência à tração do betão:  $f_{ct} \approx 2\text{MPa}$  (2.10)
- Energia de fratura:  $G_F \approx 75\text{N/m}$
- Energia de fratura em compressão:  $G_c \approx 18750\text{ N/m}$  (4.1)
- Fator de retenção de tensões de corte (neste caso assume-se constante):  $\beta=0.1$ , sendo que o seu valor usual varia entre 0.1 e 0.2 quando se assume constante

$$G_c \approx 250 * G_F \quad (4.1)$$

Devido à grande divergência de valores da energia de fratura pelos 2 códigos (tal como apresentado no Capítulo 2), para definir os valores da mesma para o modelo base e para o estudo base foram assumidos valores que se compreendem dentro do limite mínimo (equação 2.11 considerando dimensão máxima do agregado de 8mm) e máximo (usando a equação 2.12) usando esses 2 códigos.

Estando definidas as propriedades materiais do betão propriamente dito, vão agora explicar-se os modelos usados (ao longo de todo o estudo) para simular o comportamento do betão ao longo das várias fases de carregamento (independentemente da classe de resistência).

Para análise usou-se o modelo de fendas fixas, onde as relações tensão-deformação são avaliadas num sistema de coordenadas fixo e definido pela direção da primeira fenda.

A largura da banda fendilhada foi definida como tendo 5cm, tendo em conta a dimensão aproximada de um elemento da malha apresentada em 4.1.3. Na figura 4.7 está representado um elemento finito médio da malha, supondo-se com dimensões  $b=0.040\text{m}$ ,  $a=0.025\text{m}$  e uma fenda (marcada a azul) no interior do elemento com orientação  $\alpha=31.6^\circ$  (este valor do ângulo da fenda com a vertical foi medido no programa DIANA num modelo inicial com  $ht=0.02\text{m}$  para se poder definir de forma mais correta o valor da largura da banda fendilhada), sendo que na figura está representado como se define a largura prévia da banda fendilhada ( $h$ ). As dimensões  $a$  e  $b$  foram definidas como média das dimensões de elementos da malha apresentada na figura 4.5 na zona da escora comprimida.

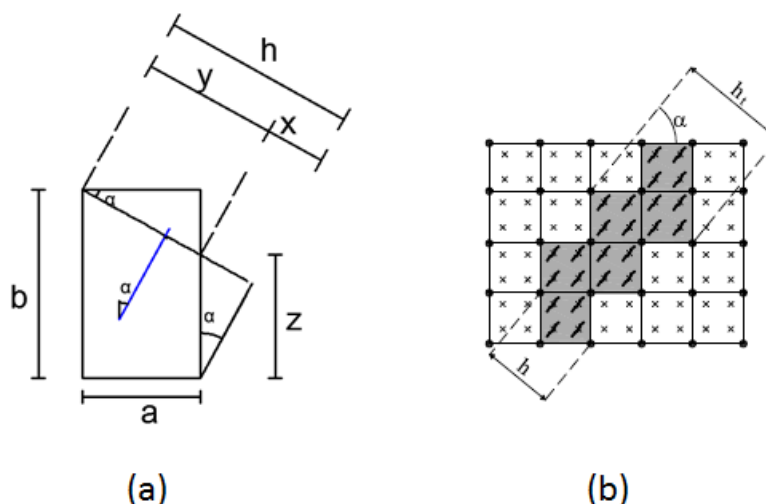


Fig. 4.7 – Auxílio ao cálculo da largura da banda fendilhada: (a) Largura prévia da banda fendilhada; (b) Largura da banda fendilhada total [10]

Por relações trigonométricas obtém-se:

$$z = b - a * \tan \alpha \quad (4.2)$$

$$x = z * \sin \alpha \quad (4.3)$$

$$y = \frac{a}{\cos \alpha} \quad (4.4)$$

Assim, tem-se  $z=0.02462\text{m}$ ,  $x=0.01290\text{m}$  e  $y=0.02935\text{m}$ , o que resulta num  $h=0.4225\text{m}$ .

A largura de banda fendilhada total define-se pela expressão ([10]):

$$ht = h * (1 + \frac{\alpha}{90^\circ}) \quad (4.5)$$

Esta expressão é aplicada pois os elementos finitos não estão isolados, logo as fendas não estão apenas num elemento finito mas também nos elementos adjacentes (ver figura 4.7 (b)).

Da expressão 4.5 resulta uma largura de banda fendilhada  $ht=0.059\text{m}$ . Como este cálculo foi aproximado, resolveu adotar-se um  $ht=0.05\text{m}$  como dito anteriormente, que posteriormente se verifica que se ajusta bem aos resultados pretendidos. Nem todos os elementos se vão adequar bem com a

largura de banda fendilhada definida, pelo que se procurou definir uma largura de banda que se ajustasse principalmente aos elementos da zona da escora comprimida pois foi a zona onde nos ensaios se deu a rotura.

Para traduzir o comportamento à tração do betão, definiu-se a curva de *tension softening* baseada na energia de fratura através da curva proposta por Hordijk que se encontra pré-definida no programa DIANA. Na figura 4.8 encontra-se a forma da curva escolhida que relaciona a tensão de tração do betão consoante a respectiva extensão de tração, traduzindo assim a redução da resistência (*tension softening*) do mesmo após atingir o seu pico. Até atingir o pico a relação resistência-extensão é linear, sendo que a partir do pico passa a ser não-linear. Esta curva é dependente da resistência à tração do betão, largura da banda fendilhada e energia de fratura, sendo que estes parâmetros já foram definidos anteriormente.

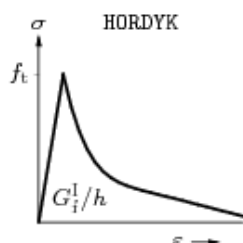


Fig. 4.8 - Curva de *tension softening* proposta por Hordijk [35]

Para traduzir a redução de rigidez ao corte após a fendilhação, usa-se o fator de retenção de tensões de corte como constante, obtendo assim uma relação linear entre a tensão tangencial e a distorção, tal como reproduzido na figura 4.9.

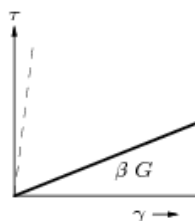


Fig. 4.9 - Curva de retenção de tensões de corte após fendilhação usada no modelo [35]

Para modelar o comportamento do betão à compressão e o seu comportamento durante e após o seu esmagamento usou-se um modelo pré-definido do programa DIANA (selecionou-se a curva PARABO), cuja curva é apresentada na figura 4.10. Esta curva representa a relação não-linear entre a tensão de compressão do betão e a respectiva extensão, numa dada direção. A curva depende da resistência à compressão do betão, energia de fratura em compressão e da largura da banda fendilhada.

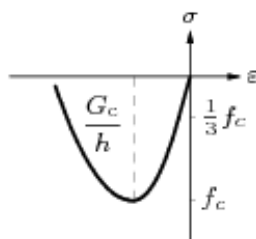


Fig. 4.10 – Curva de comportamento do betão à compressão usada no modelo [35]

Por último deve referir-se a modelação da influência do confinamento e da fendilhação no betão.

Para modelar a influência do confinamento lateral no betão foi utilizado o modelo proposto por Selby e Vecchio que se encontra pré-definido no programa DIANA (CNFCRV VECCHI). O modelo procura definir o aumento da resistência à compressão do betão devido ao confinamento lateral.

No modelo base não foi considerada qualquer influência da redução da resistência à compressão do betão devido às fendas na direção transversal à compressão (opção NONE para o comando REDCRV do programa DIANA). No estudo paramétrico esta opção de redução da resistência à compressão do betão vai ser considerada para analisar a sua influência (opção MULTLN e REDPAR para definição da curva do fator redutor da resistência do betão à compressão).

Relativamente ao coeficiente de Poisson, foi considerada a sua redução com o aumento da fendilhação (POIRED DAMAGE do programa DIANA), pois com o surgimento de fendas, o efeito de Poisson deixa de existir. Após a abertura de fendas, alongamentos numa direção deixam de implicar contrações na outra direção.

Assim ficam definidos todos os parâmetros de modelação do comportamento de betão para o modelo base do estudo para o betão de classe de resistência C35.

#### 4.1.4.2. Armaduras, chapa de aço e neoprene (elemento de interface)

Para modelar as armaduras da consola definiu-se um módulo de elasticidade de 210GPa e uma tensão de cedência de 550MPa (próximo do valor médio da tensão de cedência definido em 3.3.1).

No modelo base não foi modelado o escorregamento das armaduras, por isso essa modelação só será explicada no estudo paramétrico.

Para o estudo da área de influência do apoio foi necessário modelar a chapa de aço e o neoprene, ilustrados na figura 3.20.

Para a chapa de aço apenas foi necessário definir três parâmetros para definir o seu comportamento. Assim, definiu-se um módulo de elasticidade de 200GPa, tensão de cedência de 235MPa e coeficiente de Poisson de 0.3.

Para simular o comportamento do neoprene, definiram-se curvas de tensão normal e de tensão tangencial que permitissem que no modelo se visse a deformação da chapa de aço e da placa de neoprene em relação à posição inicial onde está em contacto total com o betão.

Inicialmente é necessário definir a rigidez linear do neoprene, pelos parâmetros D11 (que define a relação entre a tensão normal e o deslocamento normal relativo) e D22 (define a relação entre a tensão tangencial e os seus deslocamentos tangenciais relativos) a definir no programa DIANA.

$$D11 = \frac{E}{esp} \quad (4.6)$$

$$D22 = \frac{G}{esp} \quad (4.7)$$

$$G = \frac{E}{2*(1+\nu)} \quad (4.8)$$

Apesar da pesquisa sobre o tema, não foram encontradas informações conclusivas sobre o módulo de elasticidade do neoprene. Numa 1ª iteração assumiu-se um valor de 10MPa, enquanto na 2ª iteração considerou-se um valor de 100MPa (sendo que os restantes parâmetros são alterados na mesma proporção). Esse aumento de rigidez deu-se devido à 1ª iteração mostrar-se demasiado flexível.

Os dados de modelação apresentados a partir daqui referem-se à primeira iteração.

Assumindo um valor de 0.5 para o coeficiente de Poisson e substituindo na equação 4.8 obtém-se um valor de aproximadamente 3.333MPa para o módulo de distorção. Assim, e com espessura do neoprene de 0.010m resultou para D11 e D22 os valores 10E+08 e 3.333E+08, respectivamente.

Após definidos os parâmetros lineares (que são usados apenas para a 1ª iteração), definem-se os parâmetros não lineares que são os que vão ser influentes nos resultados obtidos pelo modelo numérico. Estes parâmetros são equivalentes aos definidos para análise linear, com exceção que é definida a curva (na análise linear considera-se constante) dos valores da tensão normal e tensão tangencial, para os deslocamentos relativos normais e tangenciais, respectivamente.

Para definir a relação entre as tensões normais ( $\sigma_n$ ) e os seus deslocamentos relativos ( $\Delta\mu_n$ ), define-se no ficheiro de dados do programa DIANA (a partir do comando SIGDIS) os vários pontos da curva (figura 4.11 a)) a definir esse parâmetro. É de notar que nesta curva foi definida uma tensão normal positiva muito reduzida para elevados deslocamentos normais relativos, de modo a poder simular o destacamento da placa de neoprene em relação ao betão nas extremidades da mesma.

De mesmo modo definiu-se a curva (figura 4.11 b)) referente às tensões tangenciais ( $\tau$ ) e seus deslocamentos relativos ( $\Delta\mu_t$ ). Para definir esta curva usa-se o comando TAUDIS no programa DIANA.

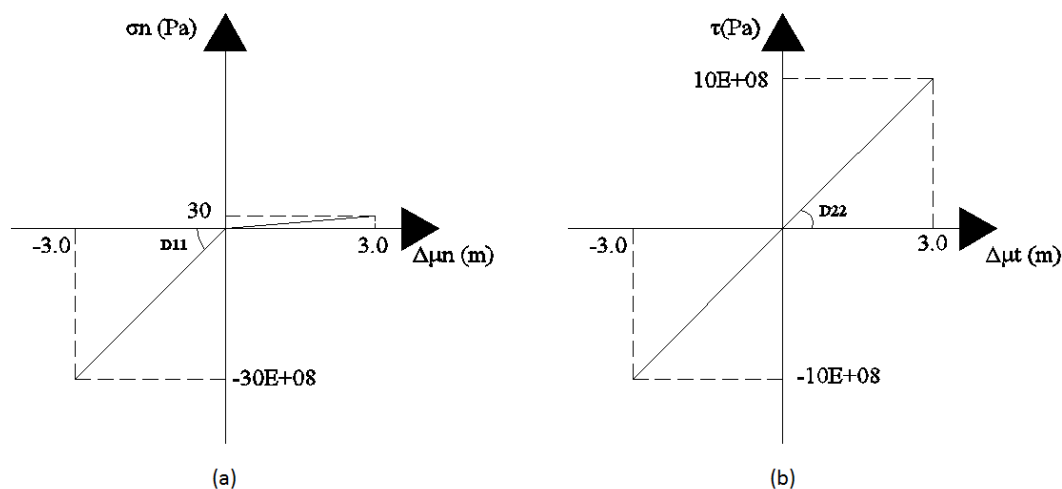


Fig. 4.11 – Definição dos parâmetros de análise não linear do neoprene: (a) tensões normais “vs” deslocamentos relativos normais; (b) tensões tangenciais “vs” deslocamentos relativos tangenciais



## **4.2. ESTUDO PARAMÉTRICO**

### **4.2.1. ENQUADRAMENTO**

Como se trata de uma análise não linear de uma estrutura de betão armado e ainda não há uniformidade quanto a valores a atribuir aos parâmetros a atribuir ao modelo para simular o comportamento do betão de uma dada classe de resistência e quais os modelos de análise numérica a utilizar, resolveu-se efetuar um estudo paramétrico onde se vão alterar (em relação ao modelo base) alguns valores dos parâmetros que definem o comportamento do betão e também métodos de análise ou pressupostos assumidos, para poder concluir-se qual a relevância dos mesmos numa análise não linear de uma estrutura.

Os parâmetros e modelos de cálculo atribuídos ao modelo base já se encontram definidos no subcapítulo anterior.

Primeiramente vai analisar-se se a largura de influência do apoio assumida no modelo base ( $b_{ap}=11\text{cm}$ , largura aproximada medida no final dos ensaios) é correta através da análise da zona de apoio no modelo completo (ver figura 4.6). Após esta análise vão analisar-se vários modelos que são variantes do modelo base, tal como explicado anteriormente. Para o modelo que melhor se adequar aos resultados experimentais em provetes betonados com betão da classe C35 vai ainda efetuar-se uma análise desse mesmo modelo com o método das fendas rotativas.

Por fim, após definir o modelo que melhor se aproxima do observado nos ensaios, vão definir-se as características finais do modelo para a classe de betão C35 e, tendo em conta esta análise, efetuar uma atribuição de parâmetros mais racional para o modelo da classe C50.

### **4.2.2. ESTUDO LARGURA DE INFLUÊNCIA DO APOIO**

A modelação do modelo completo baseia-se no uso do modelo base definido no subcapítulo anterior adicionando as chapas de aço e neoprene no apoio, com as características mencionadas em 4.1.4.2. Esta análise necessita de ser efetuada pois durante os ensaios observou-se que as chapas de neoprene e de aço empenaram, o que altera a largura de carregamento pois já não se verificava um contacto perfeito entre a totalidade da chapa de neoprene e o betão (ver figura 4.12).

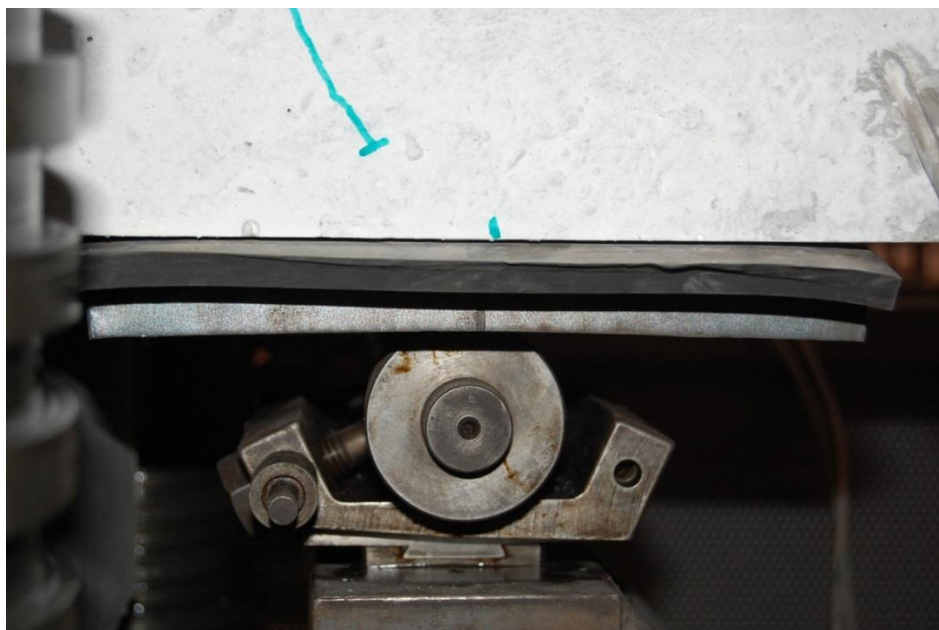


Fig. 4.12 – Dobra das chapas que permitem uma distribuição das cargas do apoio

Para o modelo completo com as características do modelo base encontram-se na figura 4.15 as curvas carga-deformação verticais e horizontais. Pela análise da figura conclui-se que as rigidezes são semelhantes tal como expectável, mas no entanto o modelo completo apresenta maior resistência (e apresenta comportamento dúctil) o que pode dar a entender que a largura de apoio assumida para o modelo base (11cm) é errada. No entanto, ao correr este modelo o programa DIANA apresenta deslocamentos relativos normais muito elevados (ver figura 4.13) que seriam impossíveis de se verificar no ensaio, pelo que devido a isto se efetuou uma segunda iteração com um módulo de elasticidade 10 vezes superior.

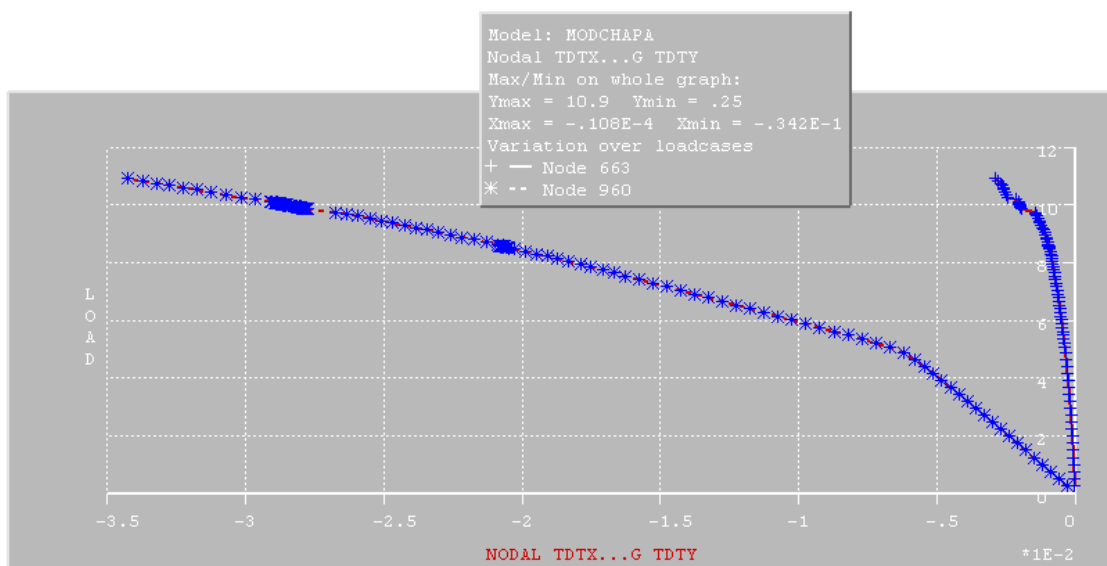


Fig. 4.13 – Deslocamentos na chapa de neoprene para obter os deslocamentos normais relativos entre os pontos centrais extremos da placa de neoprene (eixo das abcissas em m)

Pela figura 4.13 constata-se então que o deslocamento relativo máximo é cerca de 3.5cm, obtendo-se pela diferença entre as duas curvas traçadas.

Ainda assim, para avaliar a possível largura de apoio para esta iteração, analisaram-se as tensões normais de tração no elemento de interface (neoprene) para esta iteração, o que resulta na distribuição de tensões apresentada na figura 4.14.

Considerando uma distribuição uniforme de tensões aproximada resulta numa largura de apoio de cerca de 12.5cm, pelo que a largura de apoio assumida para o estudo paramétrico (11cm) se encontra ligeiramente afastado da largura que se observa que está efetivamente a carregar no modelo completo para esta 1ª iteração. A análise da largura da distribuição uniforme foi feita aproximadamente no programa AUTOCAD de modo a igualar as áreas do diagrama resultante do programa DIANA e do diagrama uniforme. Na figura 4.14 encontram-se sobrepostos o diagrama obtido no programa DIANA e o efetuado com área aproximada através do programa AUTOCAD.

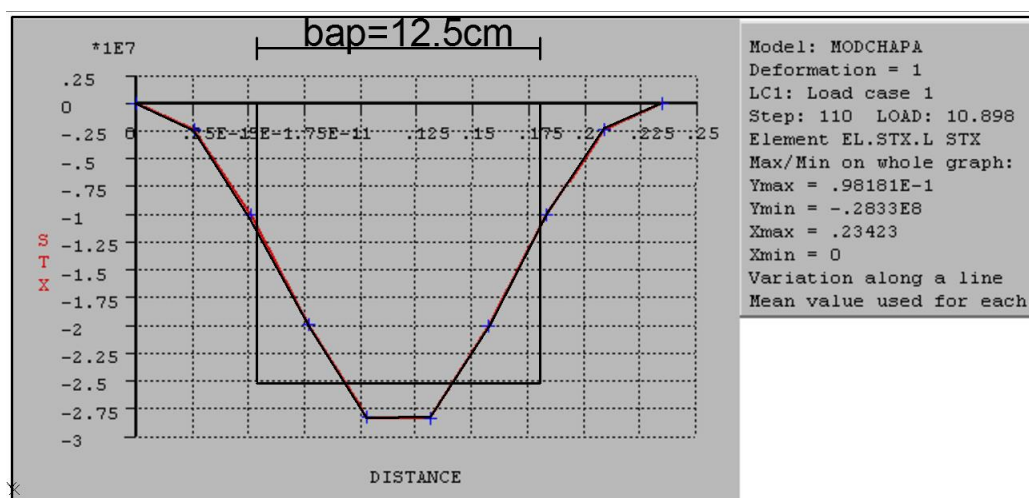
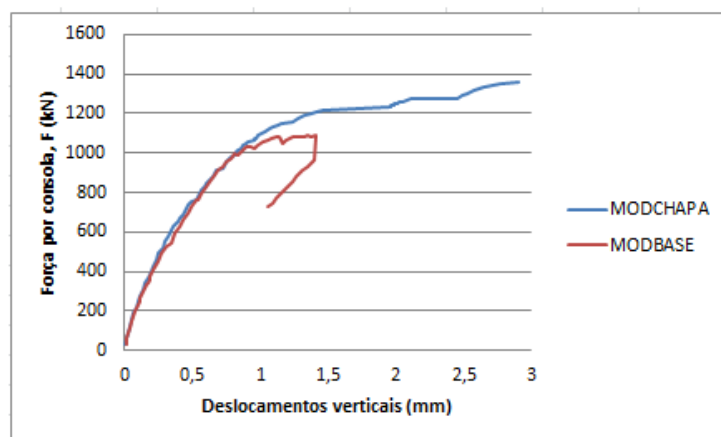
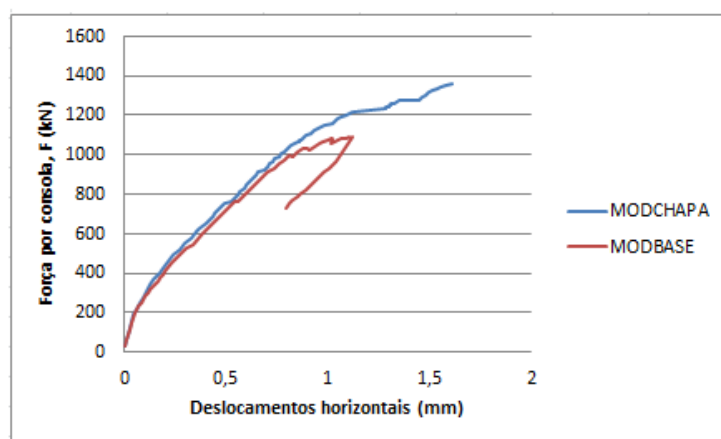


Fig. 4.14 - Estimativa da largura de carregamento do apoio para a 1ª iteração



(a)



(b)

Fig. 4.15 – Curvas carga-deformação para comparar MODBASE e MODCHAPA: (a) deslocamentos verticais; (b) deslocamentos horizontais

Para a segunda iteração, os deslocamentos relativos normais encontram-se na figura 4.16. É de notar que a parte da curva que apresenta descarga em nada influenciou os resultados do modelo numérico e não afeta a interpretação do deslocamento normal relativo máximo observado.

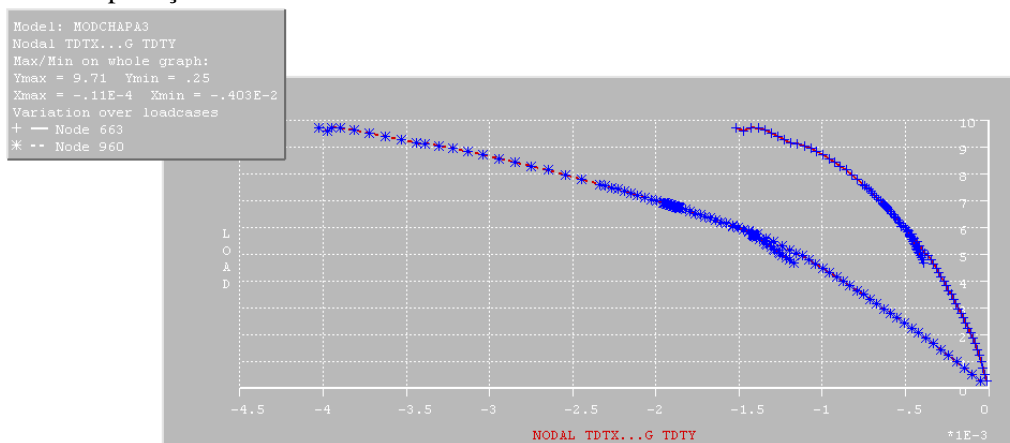


Fig. 4.16 - Deslocamentos em pontos opostos da chapa de neoprene para obter os deslocamentos normais relativos entre os pontos centrais extremos da placa de neoprene (eixo das abcissas em m)

Para esta iteração os valores de deslocamentos relativos já se aproximam do observado nos ensaios, apresentando um valor máximo de cerca de 2.5mm, sendo assim possível uma avaliação mais correta do observado nos ensaios. Apesar do acerto no que respeita a deslocamentos relativos normais, as curvas de deslocamentos verticais e horizontais são semelhantes às da 1ª iteração, continuando a apresentar maior resistência e ductilidade do que o modelo base.

Tal como realizado na 1ª iteração, é apresentada na figura 4.17 uma estimativa da distribuição uniforme de tensões para avaliar uma largura aproximada efetiva de carregamento do apoio.

O resultado aproximado da largura de apoio foi igual ao resultante da 1ª iteração (12.5cm) pelo que se pode concluir que a largura assumida no modelo base pode não ser a correta.

Pelo facto de no decorrer deste trabalho esta análise de largura de apoio tenha sido efetuada após o estudo do modelo base e restantes modelos, não foi efetuada a alteração da largura nos vários modelos, sendo que fica a noção que essa largura definida pode não traduzir a 100% o verificado nos ensaios. No entanto, devido à incerteza dos parâmetros que definem a rigidez do neoprene e apesar de que mesmo com uma variação brusca da rigidez do mesmo a largura do apoio assumida resultasse aproximadamente o mesmo valor, não significa que este seja o valor da largura que efetivamente carrega mas pode considerar-se uma aproximação razoável.

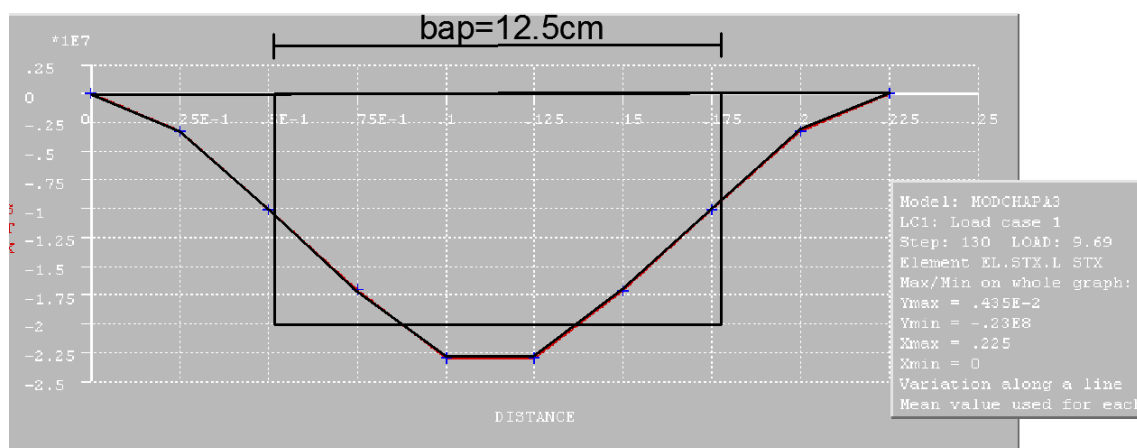


Fig. 4.17 - Estimativa da largura de carregamento do apoio para a 2ª iteração

#### 4.2.3. VARIAÇÕES RELATIVAMENTE AO MODELO BASE E RESPECTIVAS ANÁLISES

##### 4.2.3.1. Apresentação dos diversos modelos

Para efetuar este estudo foram alterados em relação ao modelo base (MODBASE) alguns parâmetros que definem o comportamento e foram definidas novas características do comportamento do mesmo (redução da resistência à compressão devido às extensões transversais, por exemplo) e da armadura (inclusão ou não do efeito da aderência na armadura principal). Estas alterações foram efetuadas em separado e em conjunto para estudar o efeito das mesmas nos resultados obtidos pelo modelo e observar qual o que melhor se adequa ao observado durante a campanha experimental. Assim, foram efetuados 6 modelos adicionais para efetuar este estudo. Após definir o modelo “final” que mais se adapta às curvas experimentais (LVDT\_V e LVDT\_H) vai analisar-se se esse modelo consegue representar o comportamento do betão no que respeita a fendas, tensões na armadura e também verificar as suas tensões principais de compressão de modo a interpretar o seu modo de rotura e se se adequa ao observado nos ensaios.

É de notar que para representar os gráficos LVDT\_V se seleccionou um ponto intermédio, o que não corresponde exatamente ao medido nos ensaios, mas que se considera uma aproximação razoável às curvas apresentadas no capítulo anterior.

A nomenclatura dos 6 modelos e respectivas alterações em relação ao modelo base são as seguintes:

- MOD1: fator de retenção de tensões de corte ( $\beta$ ) passa de 0.1 a 0.2
- MOD2: energia de fratura ( $G_F$ ) passa a 100N/m e energia de fratura em compressão ( $G_c$ ) passa a 25000N/m
- MOD3: resistência à tração do betão ( $f_{ct}$ ) passa a 3.2MPa
- MOD4:  $G_F=100$ N/m,  $G_c=25000$  e considera os efeitos de aderência na armadura principal
- MOD5: tem em consideração a redução da resistência à compressão do betão com o aumento das extensões transversais devido à fendilhação
- MOD6: considera os efeitos de aderência na armadura principal

#### 4.2.3.2. Modelação da resistência efetiva do betão e da aderência na armadura principal

A redução da resistência à compressão do betão (resistência efetiva) devido às extensões transversais de tração é definida através do fator redutor apresentado na equação 4.9 [36]. Este fator redutor é independente da classe de resistência do betão.

$$\zeta e = \frac{1}{0.97 + \varepsilon_n} \quad (4.9)$$

Assim, tendo em conta a equação 4.9, reduz-se a resistência à compressão do betão proporcionalmente ao aumento das extensões transversais de tração, sendo a resistência à compressão efetiva do betão calculada por:

$$f_{c,eff} = \zeta e * f_c \quad (4.10)$$

A equação 4.10 deu origem ao gráfico representado na figura 4.18, representando assim a redução a aplicar a resistência à compressão do betão para uma dada extensão transversal de tração.

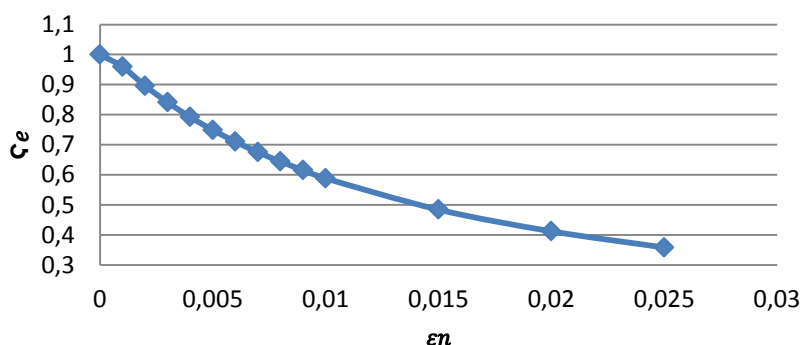


Fig. 4.18 – Curva colocada no modelo numérico para simular o fator redutor da resistência à compressão do betão

A aderência das armaduras principais foi modelada tendo em conta o modelo definido no código CEB-FIP MODEL CODE 90 [14]. Para modelar o efeito da aderência, é definida no modelo a curva que relaciona a tensão de aderência com o escorregamento.

A curva (apresentada na figura 4.19) é composta por 4 tramos. O primeiro tramo curvo crescente até se atingir um patamar horizontal máximo (segundo tramo) refere-se ao momento em que as nervuras

da armadura penetram na matriz cimentícia, caracterizado por esmagamento local e microfissuração do betão envolvente. O segundo tramo só ocorre para betão confinado e deve-se a esmagamento em fase avançada e a corte do betão entre as nervuras. Segue-se um tramo rectilíneo descendente que traduz a redução da resistência de aderência e o último tramo é horizontal representando a capacidade residual de aderência, que é garantida pela existência de armadura transversal mínima e/ou pelo bom confinamento do betão.

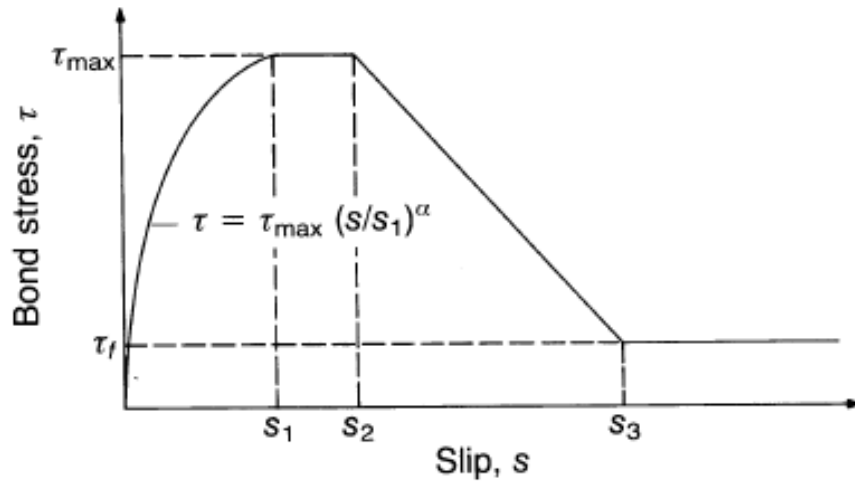


Fig. 4.19 – Relação da tensão de aderência “vs” escorregamento [14]

As equações que definem os 4 tramos (respectivamente) estão definidas em seguida:

$$\tau = \tau_{max} * \left(\frac{s}{s_1}\right)^\alpha, 0 \leq s \leq s_1 \quad (4.11)$$

$$\tau = \tau_{max}, s_1 < s \leq s_2 \quad (4.12)$$

$$\tau = \tau_{max} - (\tau_{max} - \tau_f) * \left(\frac{s-s_2}{s_3-s_2}\right), s_2 < s \leq s_3 \quad (4.13)$$

$$\tau = \tau_f, s > s_3 \quad (4.14)$$

Para este caso considerou-se betão confinado e que a armadura se encontrava em boas condições de aderência, resultando assim os seguintes parâmetros para a definição da curva:  $s_1=0.001\text{m}$ ,  $s_2=0.003\text{m}$ ,  $s_3=0.010\text{m}$  (espaçamento entre as nervuras),  $\alpha=0.4$  e ainda,

$$\tau_{max} = 2.5 * \sqrt{f_{ck}} \quad (4.15)$$

$$\tau_f = 0.4 * \tau_{max} \quad (4.16)$$

Da expressão 4.15 resulta  $\tau_{max} \approx 13.693\text{MPa}$  e  $17.678\text{MPa}$  para C35 e C50, respectivamente.

Da expressão 4.16 resulta  $\tau_f \approx 5.477\text{MPa}$  e  $7.071\text{MPa}$  para C35 e C50, respectivamente.

Assim, ficam definidos todos os parâmetros que permitem modelar a curva que simula a aderência entre o betão e a armadura.

#### 4.2.3.3. Resultados do estudo paramétrico

Estando definidos todos os modelos e explicados os procedimentos para a sua modelação, é agora possível apresentar os resultados dos respectivos modelos. Como referido anteriormente, neste estudo

paramétrico a escolha do modelo mais adequado vai fazer-se tendo em conta as curvas carga-deformação, e posteriormente, para o modelo escolhido como o que traduz de melhor forma o que se traduz nos ensaios, vão analisar-se os padrões de fendas, modo de rotura e tensões principais de compressão nesse modelo (no próximo subcapítulo). Nessa fase também se vão analisar as tensões na armadura principal para verificar se ocorre ou não cedência generalizada das armaduras para comprovar o que foi dito no capítulo anterior por via analítica.

Na figura 4.20 e 4.21 encontram-se representadas as curvas carga-deslocamento de todos os modelos (modelo base + 6 modelos adicionais) para o deslocamento vertical e horizontal, respectivamente.

Nas figuras foi marcada a tracejado a curva que representa a análise que considera o efeito da resistência efetiva à compressão do betão, enquanto o modelo base foi traçado com uma linha de maior espessura para ser mais fácil de diferenciar com as diferentes curvas e poder tirar as devidas comparações.

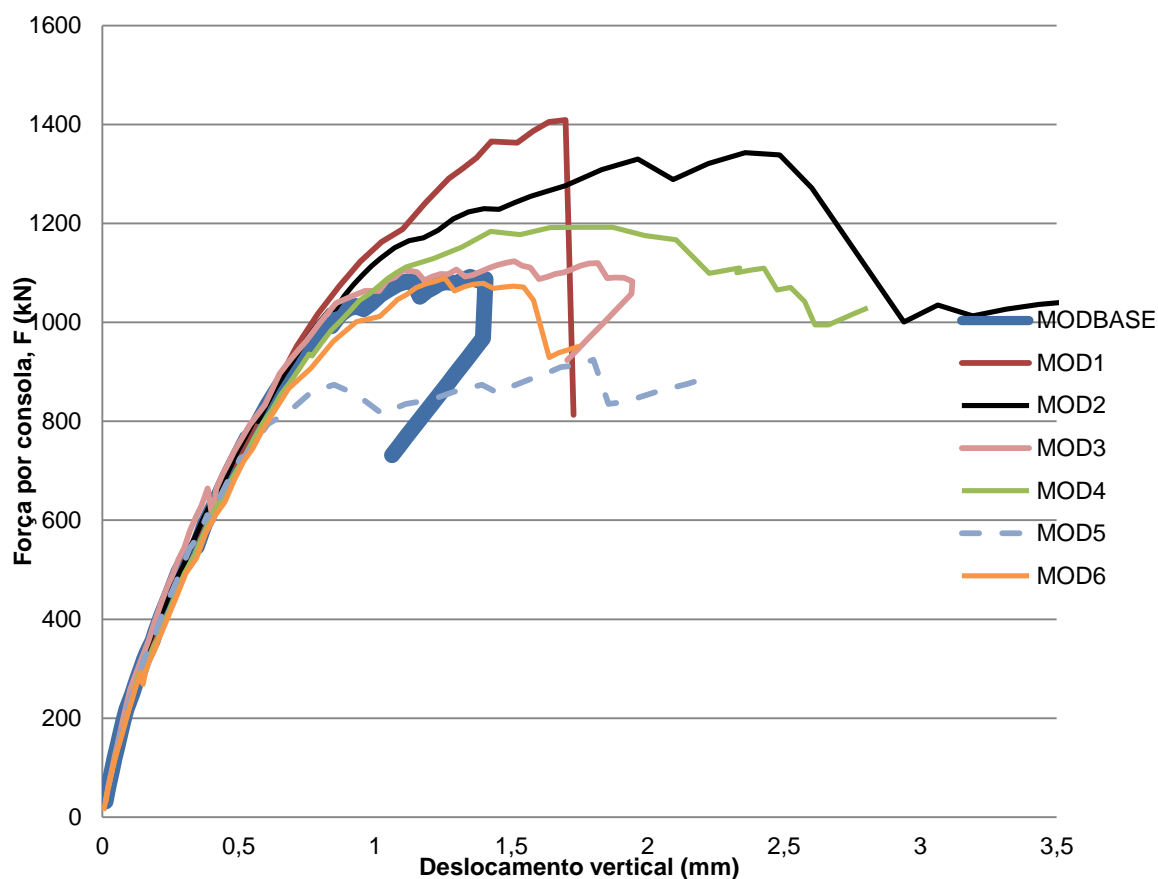


Fig. 4.20 – Curvas carga-deformação para deslocamentos verticais dos vários modelos



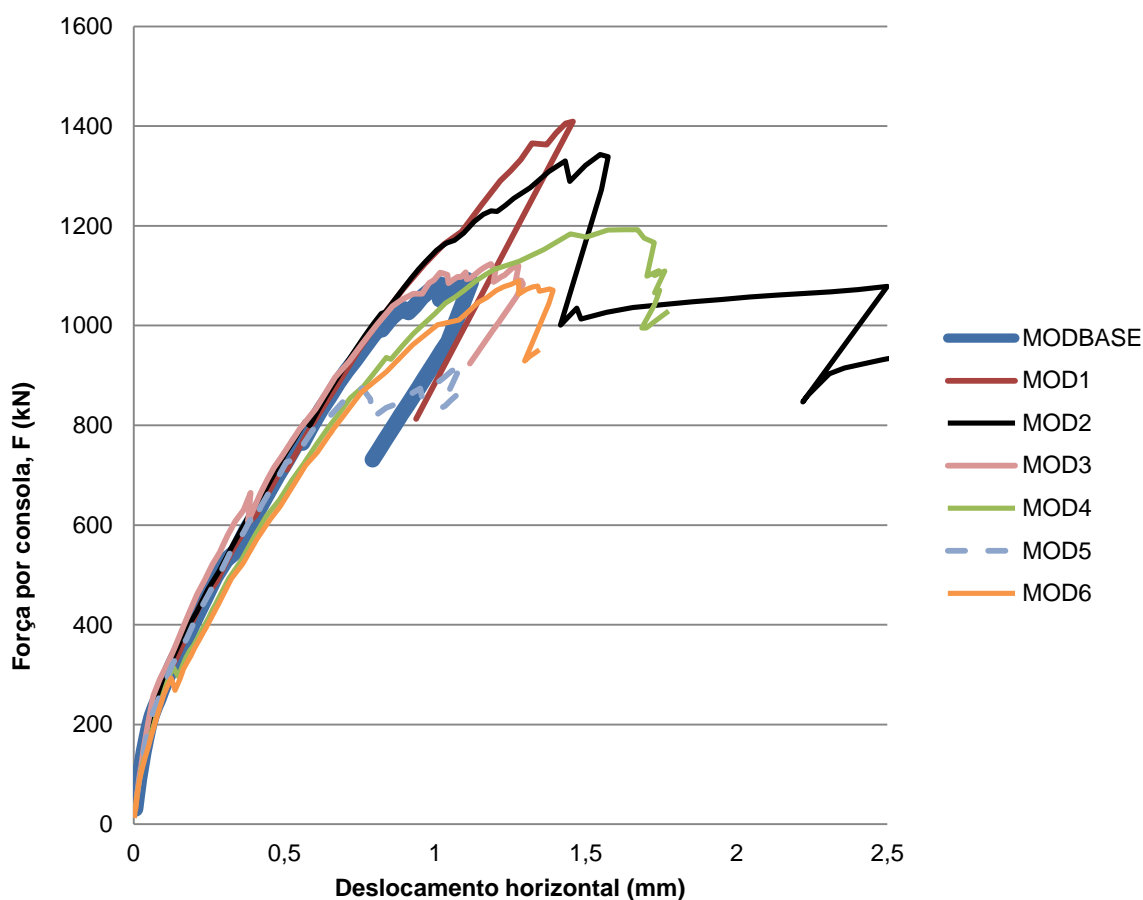


Fig. 4.21 - Curvas carga-deformação para deslocamentos verticais dos vários modelos

Comparando o observado nas curvas dos restantes modelos relativamente ao que se verifica no modelo base conclui-se:

- O MOD1 apresenta uma maior resistência final, mas a sua rigidez inicial para ambas as curvas (vertical e horizontal) é semelhante
- Do MOD2 tem o mesmo desempenho que o MOD1 em relação ao modelo base mas apresenta maior ductilidade na rotura
- O MOD3 apresenta maior ductilidade que o modelo base, uma resistência aproximadamente igual, mas a sua rigidez inicial para ambas as curvas é superior
- O MOD4 resulta num ligeiro aumento da capacidade de carga, menor rigidez inicial para a curva de deslocamentos horizontais e uma maior ductilidade na rotura
- O MOD5 tem uma redução considerável da resistência final e apresenta comportamento dúctil na rotura
- O MOD6 tem comportamento semelhante ao MOD4 mas com menor ductilidade e capacidade de carga ligeiramente inferior ao mesmo

O valor médio da resistência final para as consolas com betão da classe de resistência C35 foi de 1129, o que permitiu fazer uma primeira exclusão dos modelos que não conseguem aproximar a capacidade de carga, ou seja, excluíram-se os modelos cuja resistência esteja fora do intervalo de 1000 a 1200kN.

A curva a tracejado está consideravelmente abaixo do valor médio da resistência, pelo que se conclui que a consideração da resistência efetiva do betão não deve ser modelada para se obter um modelo

que traduza o comportamento das consolas nos ensaios. Este aspeto pode ser discutível em análises de outras estruturas, pois a incerteza criada ao longo da largura do apoio pode levar a conclusões que não sejam 100% corretas sobre modelos a considerar ou desprezar nas análises, no entanto são as conclusões que se obtêm para a largura assumida.

Tendo em conta o referido anteriormente, os modelos que seguem para continuação da análise (comparação direta com as curvas experimentais) são: MODBASE, MOD3, MOD4 e MOD6.

Nas figuras 4.22 e 4.23 estão representadas as curvas carga-deformação verticais e horizontais, respectivamente, dos modelos enunciados anteriormente e também as curvas da campanha experimental para a seleção do modelo que melhor se adequa.

Analisando a figura 4.22 verifica-se que todos os modelos selecionados apresentam maior ductilidade na rotura que o observado nos ensaios. Apesar dos modelos MOD4 e MOD6 serem mais dúcteis que os modelos MODBASE e MOD3, pela análise da figura 4.23 observa-se que são os modelos que se adequam melhor às curvas para deslocamentos horizontais, não só por apresentarem uma rigidez inicial mais próxima da verificada nos ensaios experimentais, mas por traduzirem melhor o patamar horizontal verificado nas curvas experimentais, que denunciam problemas de aderência. Este facto aponta para uma boa modelação dos modelos MOD4 e MOD6, pois têm em conta a aderência, e a validade de incluir essa modelação constata-se pela aproximação dos modelos no que respeita ao referido patamar horizontal.

Apesar de ambos os modelos terem em consideração a aderência, o MOD4 é o que melhor se adequa no que respeita à curva de deslocamentos horizontais, e mesmo tendo um comportamento demasiado dúctil no que respeita a deslocamentos verticais, será o modelo escolhido para uma análise final pois é o que mais se adequa na análise das duas curvas.

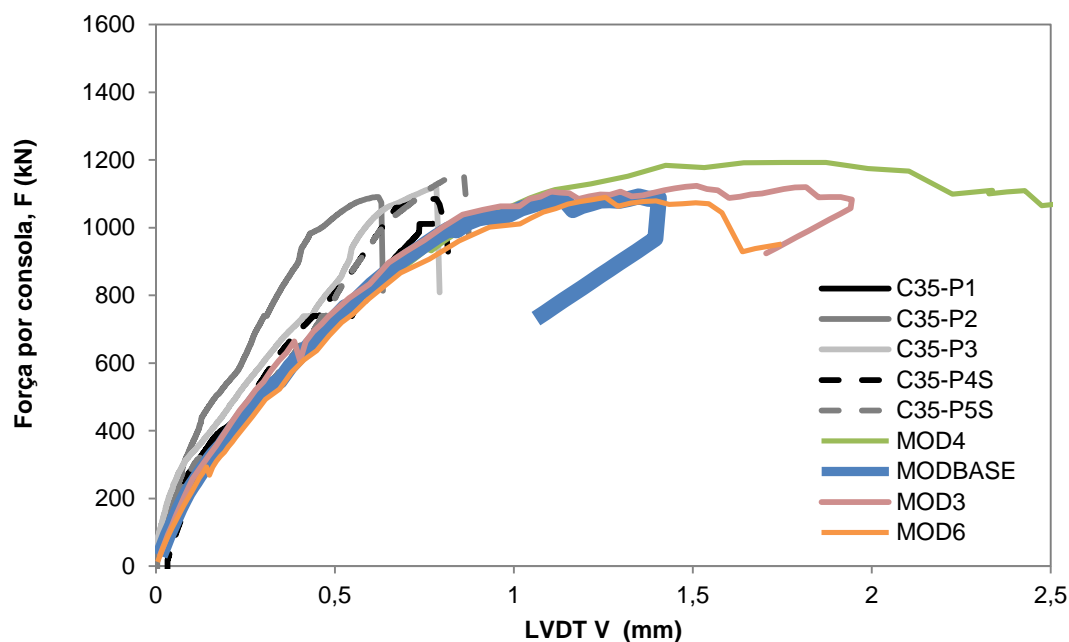


Fig. 4.22 – Curvas carga-deformação para o deslocamento vertical dos modelos selecionados e das curvas experimentais

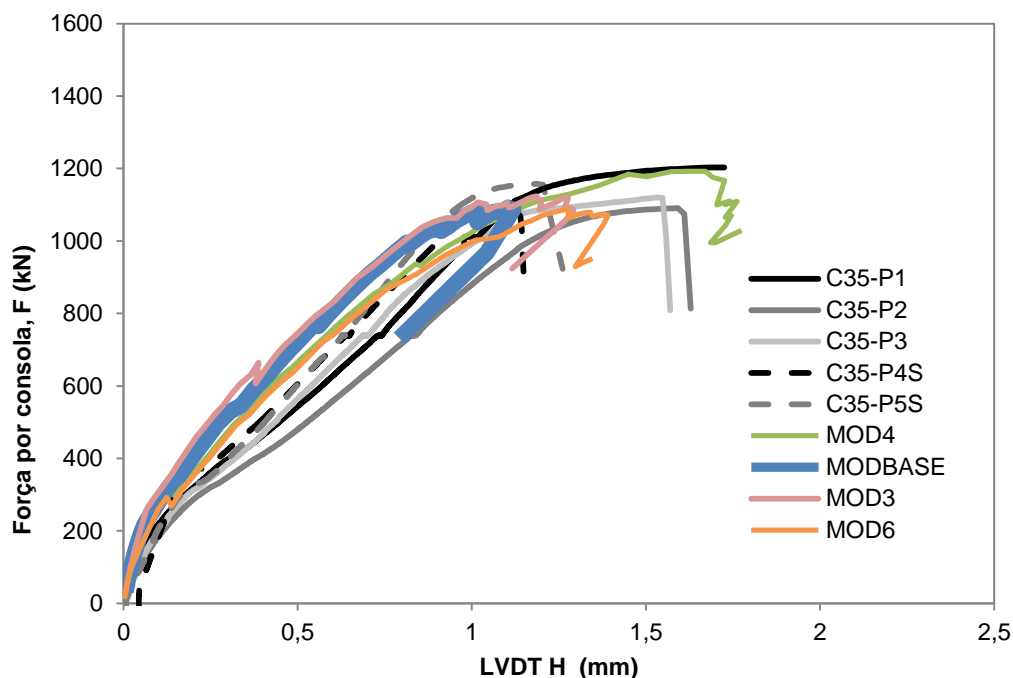


Fig. 4.23 - Curvas carga-deformação para o deslocamento horizontal dos modelos seleccionados e das curvas experimentais

Para completar e finalizar esta análise, estudou-se agora o modelo MOD4 assumindo modelo de fendas rotativas. Assim é possível analisar qual dos dois tipos de modelação se deve escolher para permitir maior precisão na análise.

O modelo das fendas rotativas, como o nome indica, apresenta um referencial para avaliar as relações entre tensões e deformações que vai rodando ao longo da formação das fendas consoante a direção das extensões principais.

Na figura 4.24 e 4.25 surgem as curvas carga-deslocamento verticais e horizontais, respectivamente, para os modelos MOD4, MOD4\* (com o modelo das fendas rotativas) e ainda as curvas experimentais.

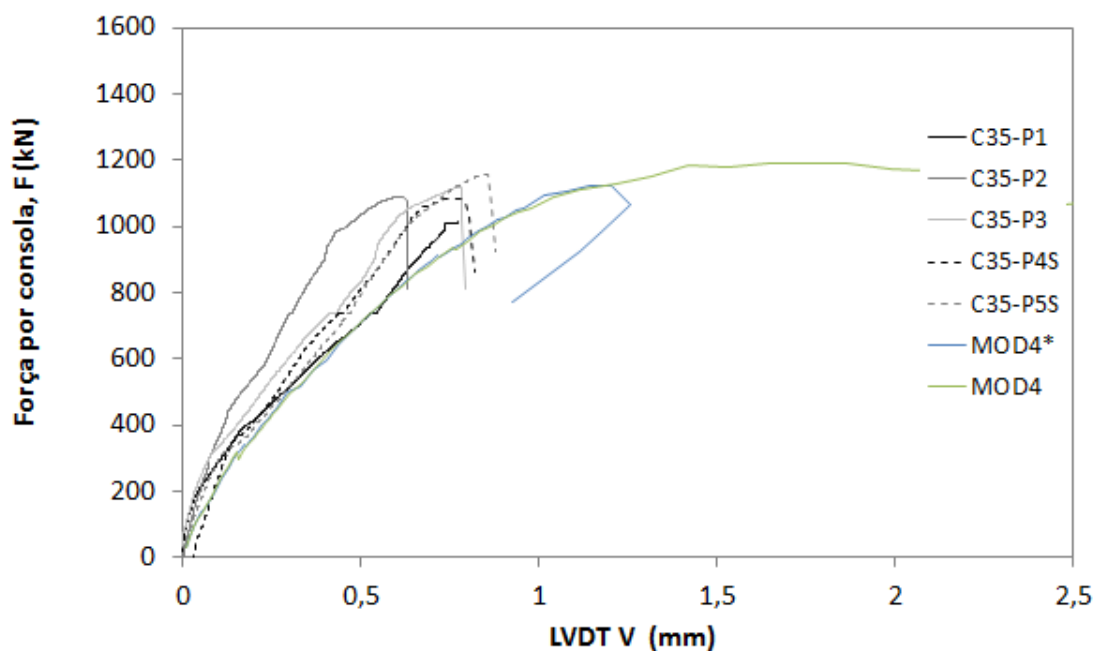


Fig. 4.24 – Comparação dos modelos MOD4 e MOD4\* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais

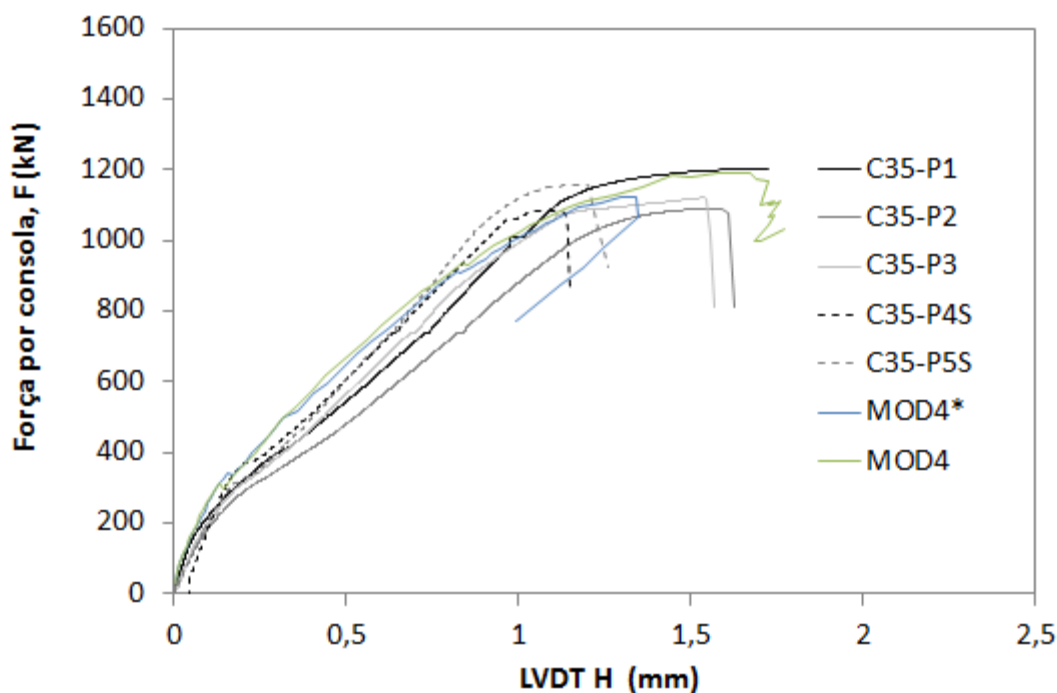


Fig. 4.25 - Comparação dos modelos MOD4 e MOD4\* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais

Pela análise das figuras, conclui-se que o modelo MOD4\* aproxima melhor o que se observa na curva dos deslocamentos verticais, devido à rotura frágil (e também à ligeira redução da capacidade de carga que se adequa mais à média do observado nos ensaios). No entanto no que respeita aos deslocamentos horizontais não consegue representar o efeito da aderência com o patamar aproximadamente horizontal que se observa no modelo MOD4, mas mesmo assim o modelo MOD4\* não passa muito longe no que respeita aos deslocamentos horizontais. Um aspeto também que

favorece o modelo MOD4\* mas que não é de todo importante porque é uma questão de décimas, é que aproxima mais a rigidez inicial à das curvas experimentais. Pelos motivos apresentados anteriormente e por se considerar que o facto de o modelo MOD4 apresentar rotura dúctil e o MOD4\* apresentar rotura frágil tal como os ensaios, o modelo final selecionado para reproduzir o comportamento das consolas é o modelo MOD4\*.

É importante referir que para tentar que o modelo traduzisse melhor os problemas de aderência efetuou-se um estudo com piores condições de aderência que as assumidas, mas não foi apresentado pois levou a resistências substancialmente inferiores às observadas nos ensaios.

Com este estudo paramétrico foi possível chegar às seguintes conclusões:

- Os resultados obtidos são muito dependentes dos valores adoptados para os parâmetros de entrada, mesmo considerando variações dentro de limites razoáveis e comumente aceites.
- Mesmo tendo-se selecionado o modelo MOD4\*, é mais uma vez importante referir que para obter-se o patamar horizontal foi necessário modelar a relação entre a tensão de aderência e o escorregamento, pelo que é essencial que modelos que não tenham a devida soldadura ou amarração das armaduras tenham esta modelação
- Como referido na análise das figuras 4.20 e 4.21, a consideração da resistência efetiva do betão leva a reduções substanciais da resistência final, pelo que não deve ser considerada na modelação
- O fator de retenção de tensões de corte ( $\beta$ ) se considerado constante deve assumir-se o valor de 0.1, pois quando se assume o valor de 0.2 leva a sobre estimativas da capacidade de carga.
- O valor da energia de fratura ( $G_F$ ) deve ser estabelecido como mais próximo do limite superior do estabelecido pelos 2 códigos analisados. O valor da energia de fratura em compressão deve ser ajustado em correspondência
- O método das fendas rotativas parece levar a resultados mais aceitáveis que o método das fendas fixas (a ser também confirmado na análise da classe C50)
- A definição da largura da banda fendilhada utilizando um elemento médio da zona da escora diagonal comprimida como explicado em 4.1.4.1 é adequada, uma vez que o programa de cálculo DIANA não tem nenhum modelo pré-definido que aproxime razoavelmente o valor real da largura da banda de fendilhação
- Os restantes modelos pré-definidos (ex: Curva de *tension softening* proposta por Hordijk) do programa de cálculo DIANA para traduzir o comportamento do betão foram selecionados adequadamente e podem ser usados neste tipo de análise levando a resultados satisfatórios

#### 4.2.3.4. Modelação para a classe de resistência C50

Tendo em conta o estudo efetuado no ponto anterior, foi assim possível atribuir as propriedades ao modelo C50 para permitir uma melhor aproximação aos resultados experimentais. Para a classe C50 também foi produzido um modelo que segue o método das fendas fixas e outro o método das fendas rotativas para verificar se a conclusão era semelhante àquela que se chegou para o betão de classe de resistência C35.

Assim, utilizando os modelos de cálculo pré-definidos pelo programa DIANA assumidos para o modelo MOD4\*, atribuíram-se as seguintes características para os modelos C50:

- Módulo de Elasticidade:  $E=37\text{GPa}$
- Coeficiente de Poisson:  $\nu=0.2$
- Resistência à compressão do betão:  $f_c=42.5\text{MPa}$  (pela equação 3.6)

- Resistência à tração do betão:  $f_{ct} \approx 2.8 \text{ MPa}$  (pela equação 2.10)
- Energia de fratura:  $G_F \approx 120 \text{ N/m}$
- Energia de fratura em compressão:  $G_c \approx 30000 \text{ N/m}$  (pela equação 4.1)
- Fator de retenção de tensões corte (constante):  $\beta = 0.1$
- Modelação da aderência tal como definido em 4.2.3.2 com os valores explicitados para a classe C50

Os resultados dos modelos usando o método das fendas fixas (MOD50) e usando o método das fendas rotativas (MOD50\*) surgem nas figuras 4.26 e 4.27, representando as curvas carga-deformação para deslocamentos verticais e horizontais, respectivamente, comparando-as com as curvas experimentais. Das curvas obtém-se também a conclusão obtida para a classe C35, onde o modelo com o método das fendas rotativas se adequava melhor.

No que respeita a deslocamentos verticais o modelo MOD50 apresenta demasiada ductilidade na rotura e uma capacidade de carga superior à desejada, enquanto o MOD50\* apresenta uma rotura frágil e uma capacidade de carga próxima das experimentais, o que valida este modelo.

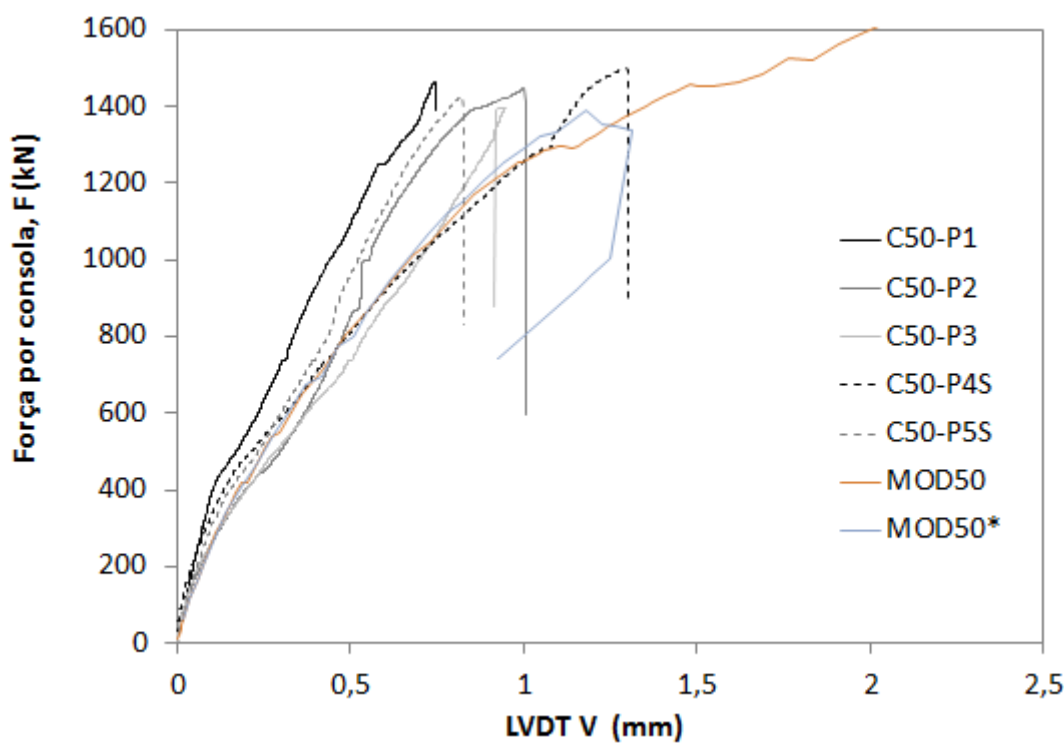


Fig. 4.26 - Comparação dos modelos MOD50 e MOD50\* com as curvas experimentais para os deslocamentos verticais

No que respeita a deslocamentos horizontais, o único aspeto que o MOD50\* não consegue reproduzir são os escorregamentos das armaduras principais, o que neste caso não é tão importante como para a classe de resistência C35 pois só o modelo C50-P2 apresenta o patamar aproximadamente horizontal perto da rotura que revela problemas de aderência.

Assim chega-se mais uma vez à conclusão que o uso do método das fendas rotativas é mais adequado para reproduzir o que se observou nos ensaios, isto no que diz respeito às curvas carga-deslocamento, sendo que as restantes análises serão efetuadas no próximo subcapítulo.

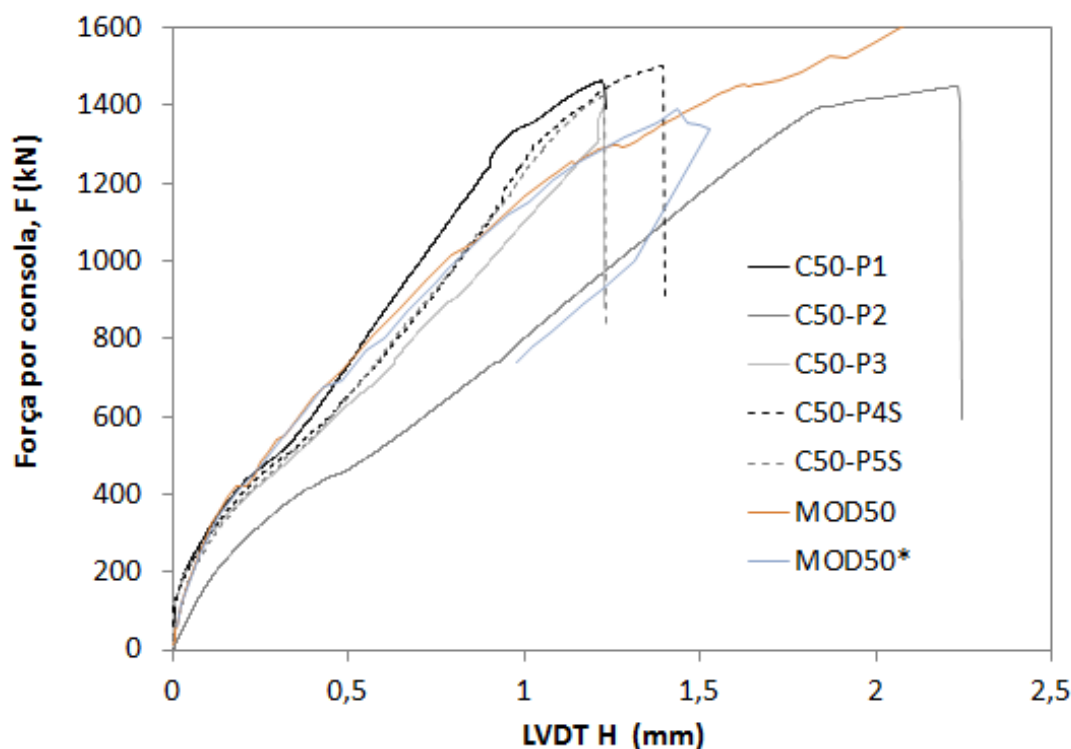


Fig. 4.27 - Comparação dos modelos MOD50 e MOD50\* com as curvas experimentais para os deslocamentos horizontais

### 4.3. ANÁLISE DE RESULTADOS DOS MODELOS SELECIONADOS

#### 4.3.1. ENQUADRAMENTO

Neste subcapítulo vão analisar-se os resultados obtidos pelo programa de cálculo DIANA para os modelos MOD4\* (C35) e MOD50\* (C50). Para estes modelos vão analisar-se os padrões de fendas, modo de rotura, forças nas armaduras e as tensões principais de compressão no betão para comparar com os resultados experimentais e validar ou não os resultados do método de escoras e tirantes proposto no capítulo anterior. Vai ainda apresentar-se o modelo deformado para se analisar se corresponde ao observado nos ensaios.

No que respeita ao padrão de fendas vai analisar-se também a sua evolução por patamares de carga e sobrepôr com os padrões obtidos nos ensaios, tal como representado em 3.3.3. Como nos modelos numéricos apenas se encontra representada metade da peça devido à sua simetria, vai comparar-se o padrão de fendilhação com o observado nos ensaios na consola que levou à rotura.

#### 4.3.2. CLASSE DE RESISTÊNCIA C35

As curvas carga-deformação deste modelo já se encontram representadas nas figuras 4.24 e 4.25 e já se concluiu que se adequam às curvas experimentais. Pela análise das curvas interpreta-se que o modelo MOD4\* aproxima-se mais do modelo C35-P1 no que respeita aos deslocamentos verticais e do modelo C35-P5S no que respeita a deslocamentos horizontais. No entanto, como as diferenças entre o MOD4\* e os restantes modelos são reduzidas (à exceção de não traduzir o patamar aproximadamente horizontal para deslocamentos horizontais perto da rotura) vão comparar-se o

padrão de fendas com o de um modelo não soldado, sendo que neste caso se vai comparar com o modelo C35-P1.

É de notar que na modelação no programa de cálculo DIANA considerou-se uma força de 125kN para um fator de carga FC=1 e foi utilizado o programa AUTOCAD para sobrepor os resultados dos ensaios com os resultados obtidos através do programa DIANA.

Na figura 4.28 surge a sobreposição da evolução das fendas no ensaio para o modelo C35-P1 e dos resultados do modelo numérico para se efetuar uma comparação da eficácia do mesmo.

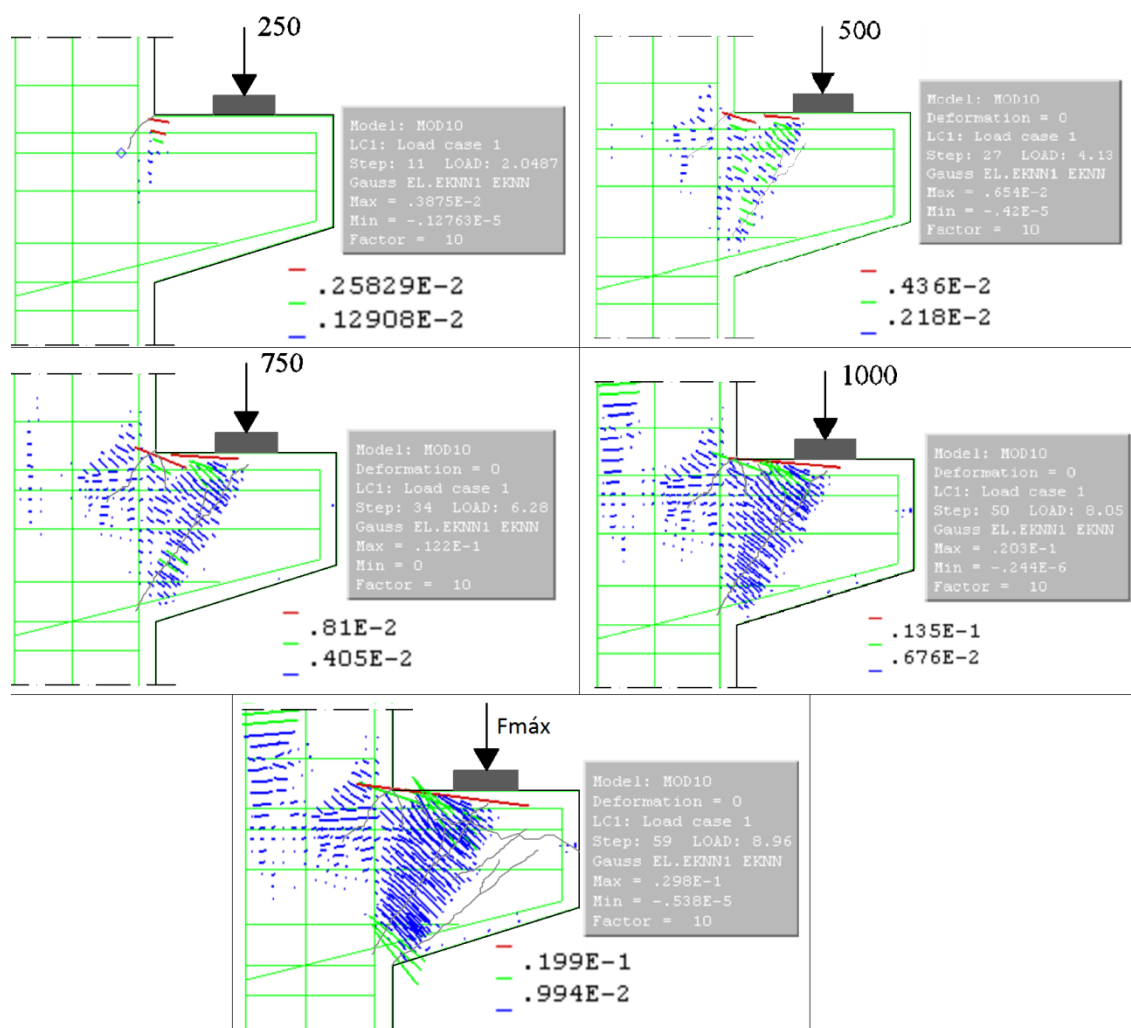


Fig. 4.28 - Sobreposição das fendas observadas no ensaio com os resultados obtidos pelo modelo numérico no programa de cálculo DIANA para a classe de resistência C35

O padrão de fendas observado é inicialmente semelhante ao observado nos ensaios, sendo que para maiores patamares de carga apresenta alguns desvios em relação à campanha experimental. Inicialmente a fenda de flexão é bem traduzida pelo modelo, ainda que a dos ensaios surja mais inclinada que a do modelo numérico, sendo posteriormente também bem traduzido a abertura de fendas ao longo da escora diagonal. No entanto, para patamares de carga superiores, surgem fendas no pilar que não se observaram tão extensas e numerosas nos ensaios como no modelo numérico. Por fim, não surgem representadas no modelo as fendas de aderência e as fendas diagonais paralelas à escora de compressão. Outro aspeto que não está reproduzido na perfeição no modelo é a elevada abertura da fenda de flexão, uma vez que esta não foi a mais saliente durante os ensaios.



Para avaliar se o analisado pelo modelo de escoras e tirantes está ou não correto sobre não ter ocorrido cedência generalizada da armadura avaliou-se no modelo de cálculo as forças nas armaduras. A força na generalidade das armaduras está representada na figura 4.29, enquanto com maior detalhe se encontra ilustrado o gráfico da variação da força ao longo da armadura principal na figura 4.30. É de notar que os valores obtidos pelo programa DIANA estão em N e que a força que leva à cedência generalizada da armadura principal é

$$F_{ced} = f_y * A_s = 550 * 10^3 * 10 * \frac{\pi * 0.020^2}{4} \approx 1728 kN \quad (4.17)$$

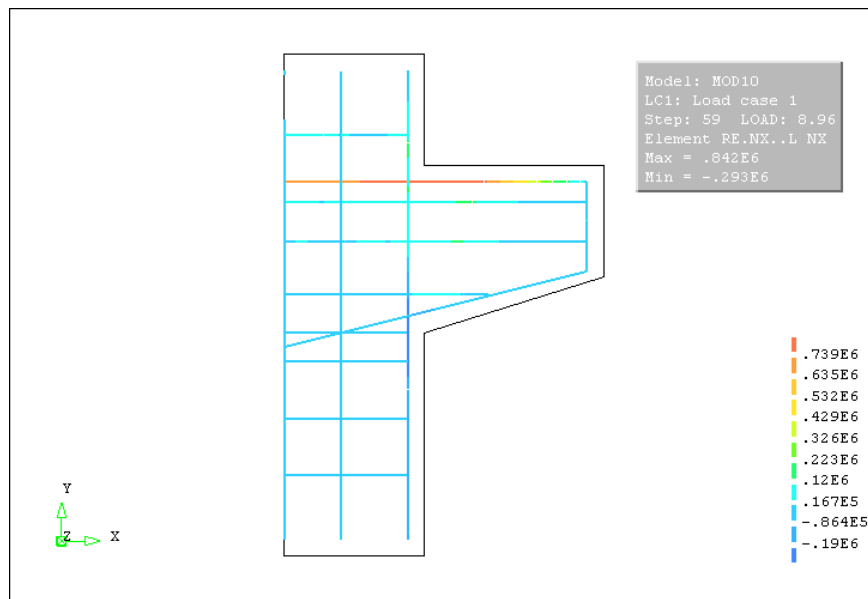


Fig. 4.29 – Forças internas nas armaduras

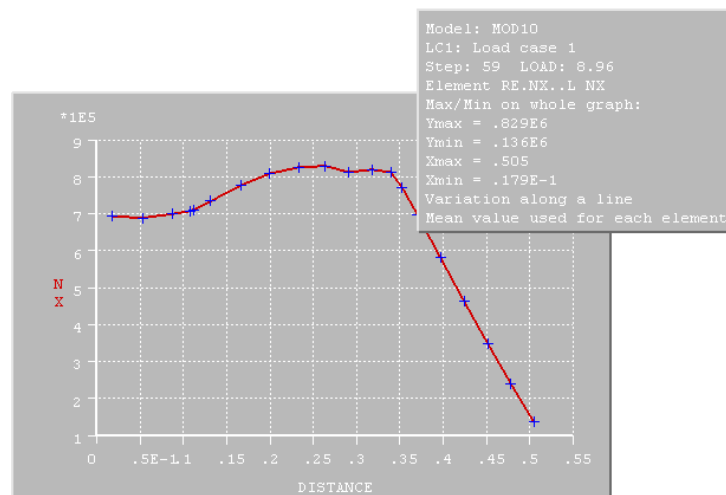


Fig. 4.30 – Forças internas ao longo da armadura principal

Pela análise da figura 4.29 verifica-se que as armaduras secundárias não têm contribuição significativa para resistência (à exceção do efeito de melhoria das condições de confinamento da escora diagonal comprimida), apresentando apenas forças internas não desprezáveis (cerca de 250kN) nas zonas que intersectam com a escora diagonal. Pela figura 4.30 constata-se que a armadura não se encontra em cedência, pois a sua força máxima é de aproximadamente 842kN, cerca de 49% da força

necessária para levar à cedência da armadura. Para o modelo de escoras e tirantes para a classe C35, a razão entre a tensão na armadura e a tensão de cedência variou entre 42 e 58%, o que valida o observado pelo modelo de cálculo. Como era expectável as maiores forças internas na armadura são na zona do apoio.

Assim pode concluir-se que a análise de esforços na armadura pelo modelo de escoras e tirantes para os modelos C35 foi prevista de forma correta, aumentando assim a validade do modelo assumido para a previsão.

No que respeita às tensões principais de compressão, numa primeira fase o modelo representa esmagamento de parte do nó de transição consola/pilar (figura 4.31), aspeto que não se verificou de forma tão prematura na campanha experimental, pelo menos assim não se revelou de forma categórica. Na figura 4.32 está representada a evolução das extensões e das tensões principais de compressão no nó no momento da figura 4.31 e no momento da rotura. Nos pontos de Gauss que ocorreu esmagamento (estão marcados na figura) observa-se um decréscimo de tensão num dos pontos de Gauss do nó (por exemplo 29.4MPa para 15.8MPa) e um aumento da extensão (por exemplo 0.00495 para 0.0188), o que significa que houve amolecimento, ou seja, o esmagamento do nó confirma-se nesses pontos de Gauss. Apesar do esmagamento do nó, o modelo continua a resistir e dá-se um aumento das tensões desde a zona de transição consola/pilar até à zona do apoio.

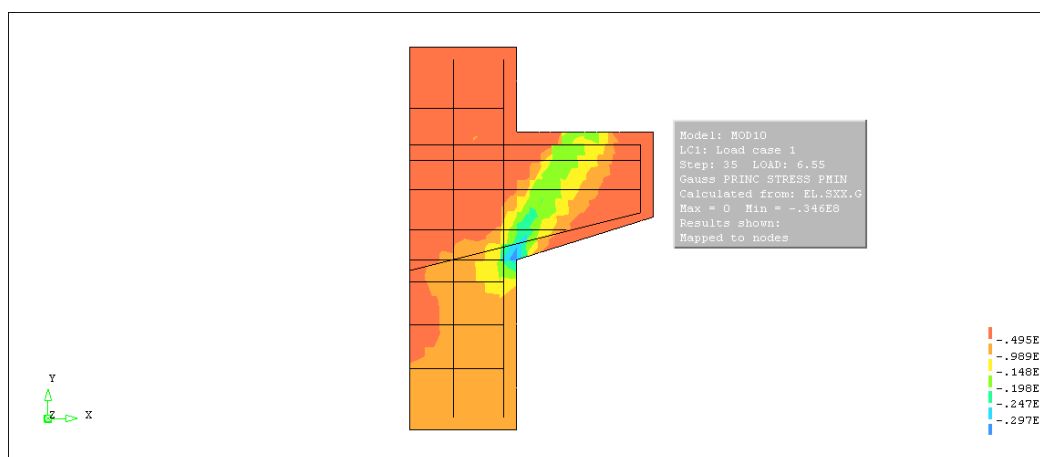


Fig. 4.31 – Mapa de tensões principais de compressão no momento em que a tensão no betão atingiu os 30MPa, com uma carga de  $F \approx 819\text{kN}$

Na figura 4.33 estão representadas os vetores e os mapas das tensões principais no momento da rotura, o que valida o modo de rotura que se concluiu ocorrer nos ensaios, pois neste momento a escora já apresenta tensões elevadas em vários pontos de Gauss o que levou à rotura. Pela observação do mapa de tensões pode concluir-se que a rotura começou na zona do nó de transição consola/pilar onde anteriormente já se havia dado a rotura de 2 pontos de Gauss.

Pela análise das figuras é ainda possível verificar a curvatura das tensões principais de compressão na zona paralela à escora diagonal próximo da face exterior da consola seguindo aproximadamente as fendas que surgiram nos ensaios. Este aspeto indica que o modelo reproduz a migração de tensões da escora para a sua zona adjacente, pois a determinado momento as tensões tentam requerer mais aço para lá da zona do apoio, o que origina a referida migração. No entanto o modelo não consegue representar a abertura das fendas que seguem a direção dessas tensões, tal como já referido anteriormente na análise do padrão de fendas.

As figuras que representam as tensões principais de compressão validam também a trajetória de tensões assumida pelo modelo de escoras e tirantes proposto no capítulo anterior (ver figura 3.25).

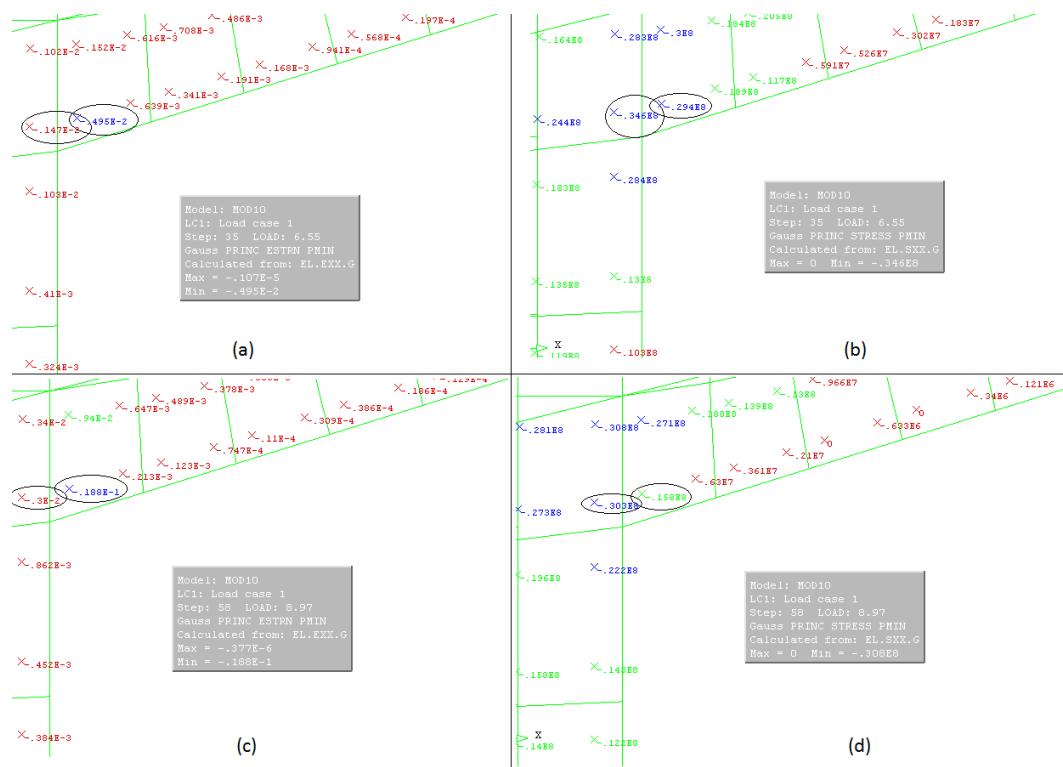


Fig. 4.32 – Explicação esmagamento do nó: (a) Extensões principais no momento de esmagamento do nó; (b) Tensões principais de compressão no momento de esmagamento do nó; (c) Extensões principais na rotura; (d) Tensões principais na rotura

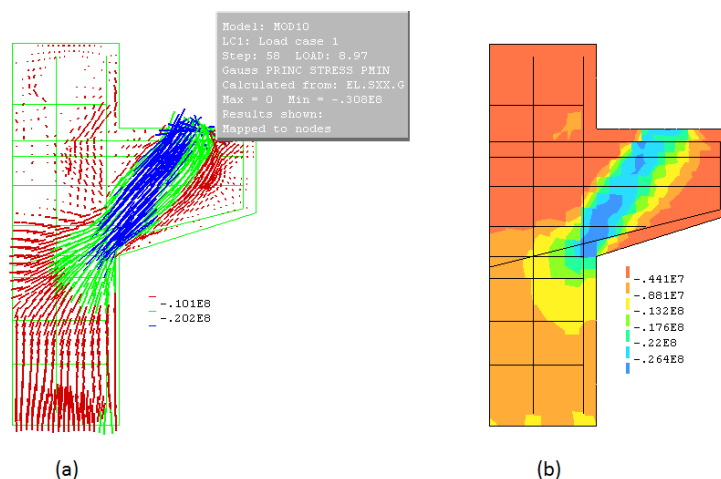


Fig. 4.33 – Tensões principais de compressão na rotura: (a) Vetores com as direções das tensões principais; (b) Mapa de tensões

Na figura 4.34 é possível observar a deformada da estrutura na rotura. Da análise da figura confirma-se a ocorrência de esmagamento do nó na zona de transição consola/pilar e observa-se um comportamento de destacamento do bloco que recebe a carga em relação ao que transmite (típico de rotura por corte). O comportamento da deformada apresenta um comportamento semelhante ao observado na campanha experimental. É de notar que estes aspectos são mais fáceis de interpretar

pela animação produzida no programa de cálculo DIANA e pelo registo de vídeo que foi efetuado nos ensaios.

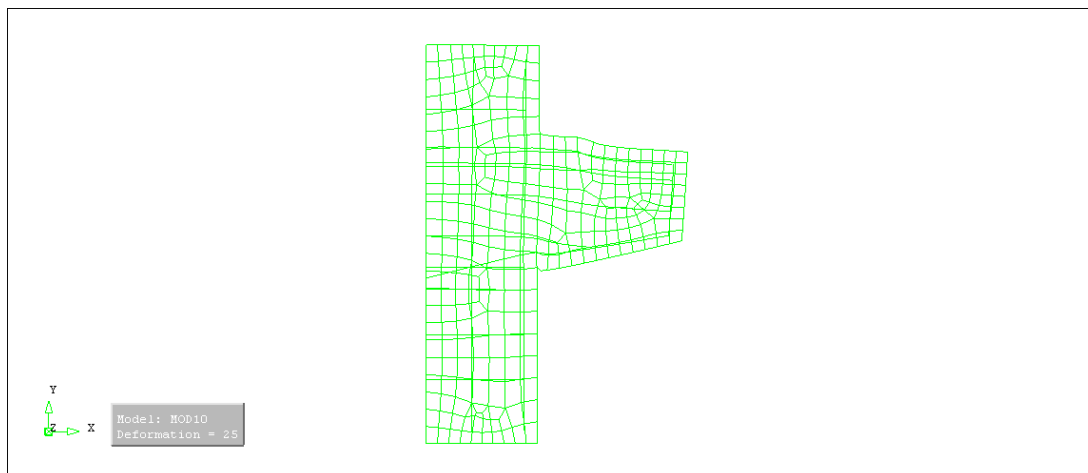


Fig. 4.34 – Deformada da peça na rotura

Assim, conclui-se que para a classe de resistência C35, o modelo de cálculo não conseguiu reproduzir na totalidade o que se verificou nos ensaios, pois não representou as fendas na zona paralela à escora diagonal e também o esmagamento prematuro de parte do nó reproduzido no modelo não se verificou categoricamente durante a campanha experimental. A abertura da fenda de flexão também não foi tão saliente nos ensaios como aquilo que está representado no modelo numérico.

#### 4.3.2. CLASSE DE RESISTÊNCIA C50

As curvas carga-deformação deste modelo já se encontram representadas nas figuras 4.26 e 4.27. Anteriormente já foi concluído que a curva do modelo MOD50\* se adapta às curvas observadas nos ensaios, e no caso da classe de resistência C50 só um dos modelos sem soldadura apresentou o patamar horizontal que indica problemas de aderência já referido anteriormente neste trabalho. Uma vez que apenas o modelo C50-P2 apresenta esse patamar e o MOD50\* não o traduz na curva carga-deformação, o modelo não soldado que vai ser utilizado na análise da validade do modelo numérico é o C50-P3. Esta seleção deve-se ao facto do modelo MOD50\* nas curvas carga-deformação se aproximar mais ao observado pelo modelo C50-P3 do que pelo C50-P1.

Na figura 4.35 estão representadas as sobreposições dos modelos numéricos e dos resultados experimentais para os vários patamares de carga no que respeita ao padrão de fendas.

Pela análise da figura, interpreta-se que mais uma vez o modelo não traduz na perfeição as fendas observadas em ensaio. Num primeiro patamar representa a fenda de flexão corretamente mas com menor inclinação, maior extensão e abertura que o visualizado nos ensaios. Após este patamar, as fendas da escora diagonal comprimida surgem bem representadas, mas a fenda observada próximo da face interna do apoio surge com alguma antecedência no modelo numérico em relação ao observado na campanha e também com maior abertura ao longo de todas as fases, algo que também não se verificou.

O restante padrão encontra-se geralmente bem representado, à exceção às fendas paralelas à escora diagonal que o modelo não consegue representar. Mais uma vez as fendas devido à aderência não surgem representadas pelo modelo numérico, o que já era expectável.

As fendas no pilar só surgiram em dois modelos (C50-P1 e C50-P2) e encontram-se bem representadas pelo programa de cálculo DIANA.

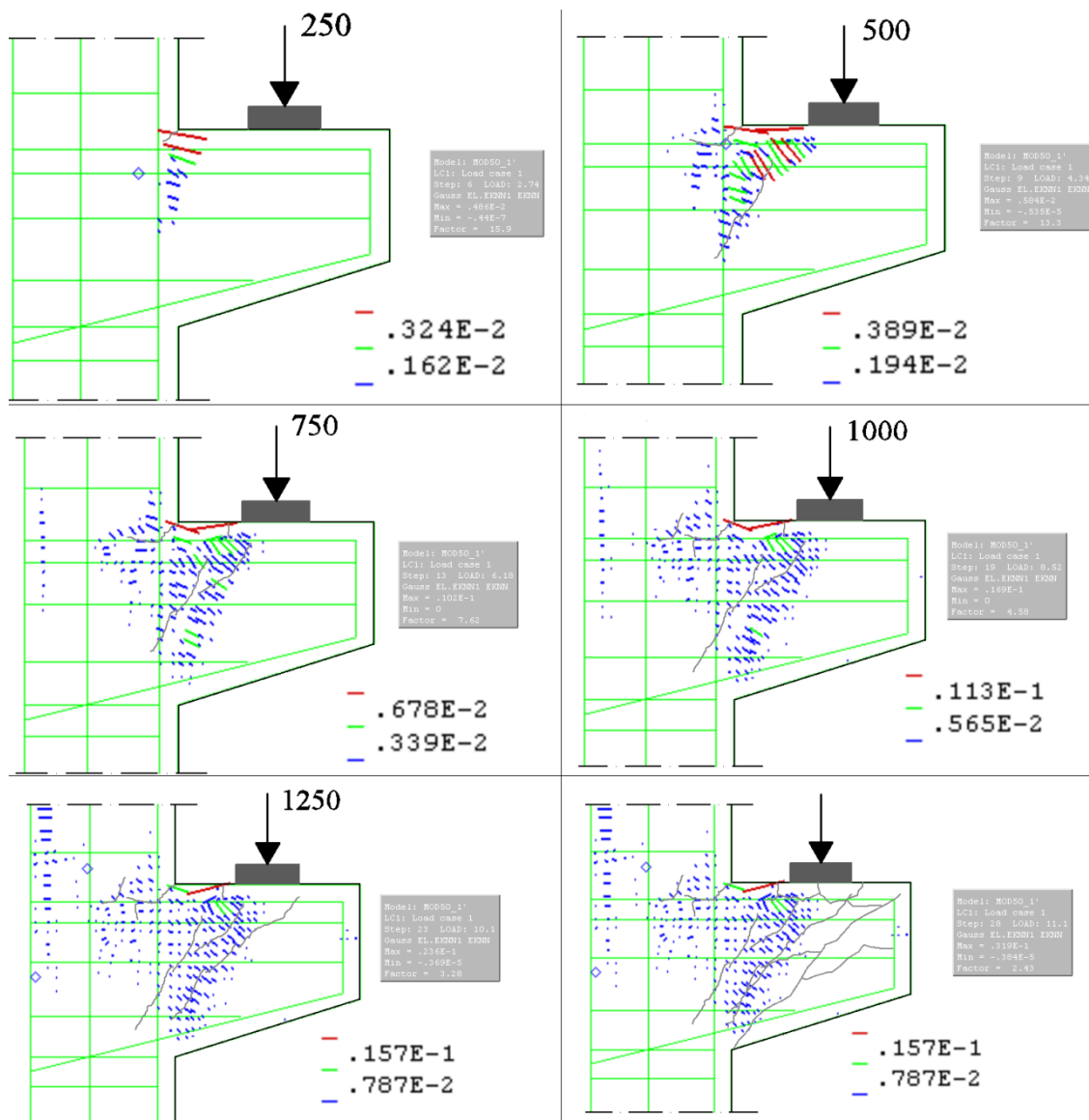


Fig. 4.35 - Sobreposição das fendas observadas no ensaio com os resultados obtidos pelo modelo numérico no programa de cálculo DIANA para a classe de resistência C50

Assim, interpreta-se que as principais falhas do modelo no que respeita à representação da fendilhação para a classe de fendilhação C50 são a não representação das fendas paralelas à escora de compressão e a demasiada abertura que surge nas fendas de flexão e na fenda próxima da face interna da placa de carregamento.

Analisando agora as forças nas armaduras, tal como efetuado para o modelo da classe de resistência C35, obtém-se as análises representadas nas figuras 4.36 e 4.37.

Tal como já tinha sido verificado para a classe de resistência C35, as forças nas armaduras não estão próximas da necessária para ocorrer cedência generalizada nas armaduras. Neste caso, a força máxima observada foi de 993kN, que representa cerca de 57% da força que leva à cedência. Esta força é

superior à observada para o modelo que tem classe de resistência C35, o que era expectável pois a solicitação é superior.

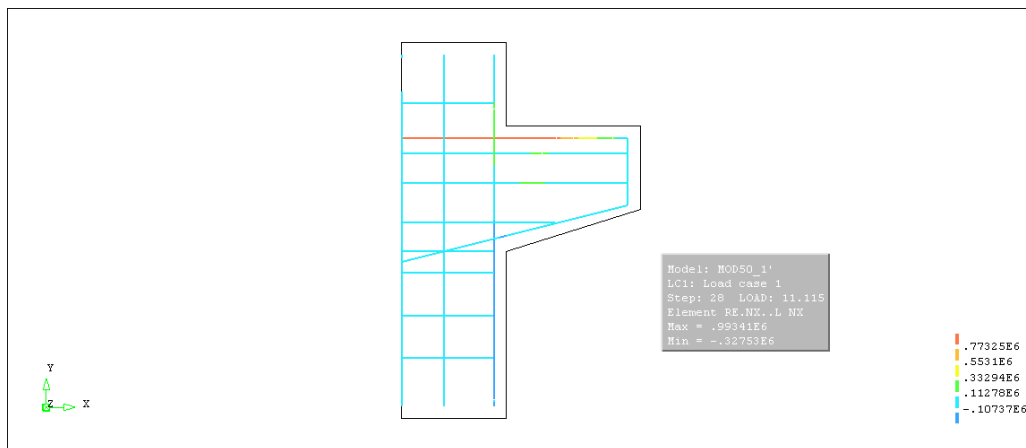


Fig. 4.36 – Forças internas nas armaduras

No modelo de escoras e tirantes proposto, à exceção do modelo C50-P2 no qual a rotura foi por amarração, a razão entre a tensão nas armaduras e a tensão de cedência variou entre 0.53 e 0.65, sendo que esteve geralmente mais próximo do limite superior, o que indica que através do modelo de escoras e tirantes assumido se obtém uma tensão superior ao observado pelo modelo numérico, pelo que o modelo de escora de tirantes está do lado da segurança nesta análise, aumentando assim a validade do mesmo.

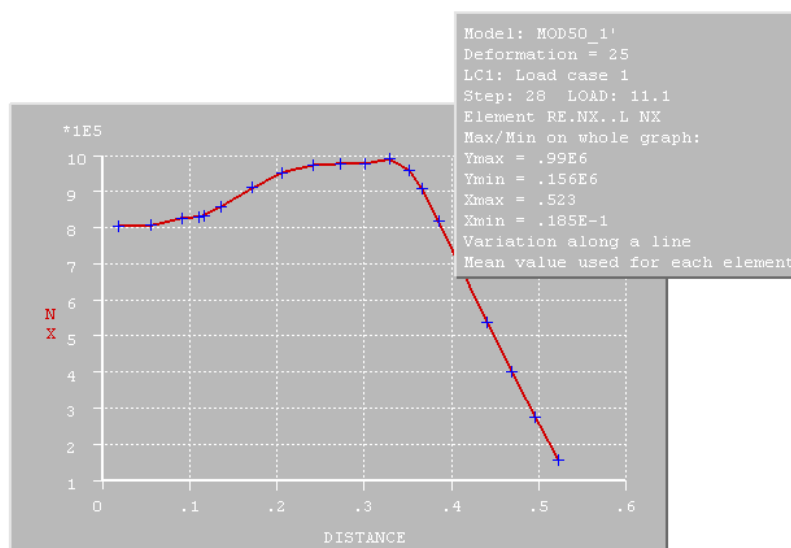


Fig. 4.37 – Forças internas ao longo da armadura principal

No que respeita às tensões principais de compressão as conclusões que se obtêm no modelo para classe de resistência C50 são semelhantes às obtidas para o modelo com classe C35. Relativamente ao esmagamento do nó só um dos pontos de Gauss apresenta o comportamento que traduz o esmagamento do betão (ponto referenciado na figura 4.38). Pela análise da figura é ainda possível observar pelos valores das tensões principais que a rotura se dá na zona do nó transição consola/pilar, pois apesar de só num dos pontos de Gauss se observar o indicado para a classe C35 (para esta classe eram 2), no momento da rotura os pontos de Gauss em torno desse ponto apresentam as tensões máximas do modelo, pelo que se conclui que a rotura ocorre nessa zona. O mapa de tensões (figura

4.39 (b)) permite essa confirmação pois a zona com maiores tensões é a zona do nó de transição consola/pilar, tal como referido pela análise anterior.

Resumidamente, o modelo está a indicar uma rotura por esmagamento da escora comprimida. No modelo numérico a escora começa a esmagar no nó de transição consola/pilar, enquanto no MET a escora esmaga no nó de apoio. Este aspeto verifica-se para ambas as classes de betão.

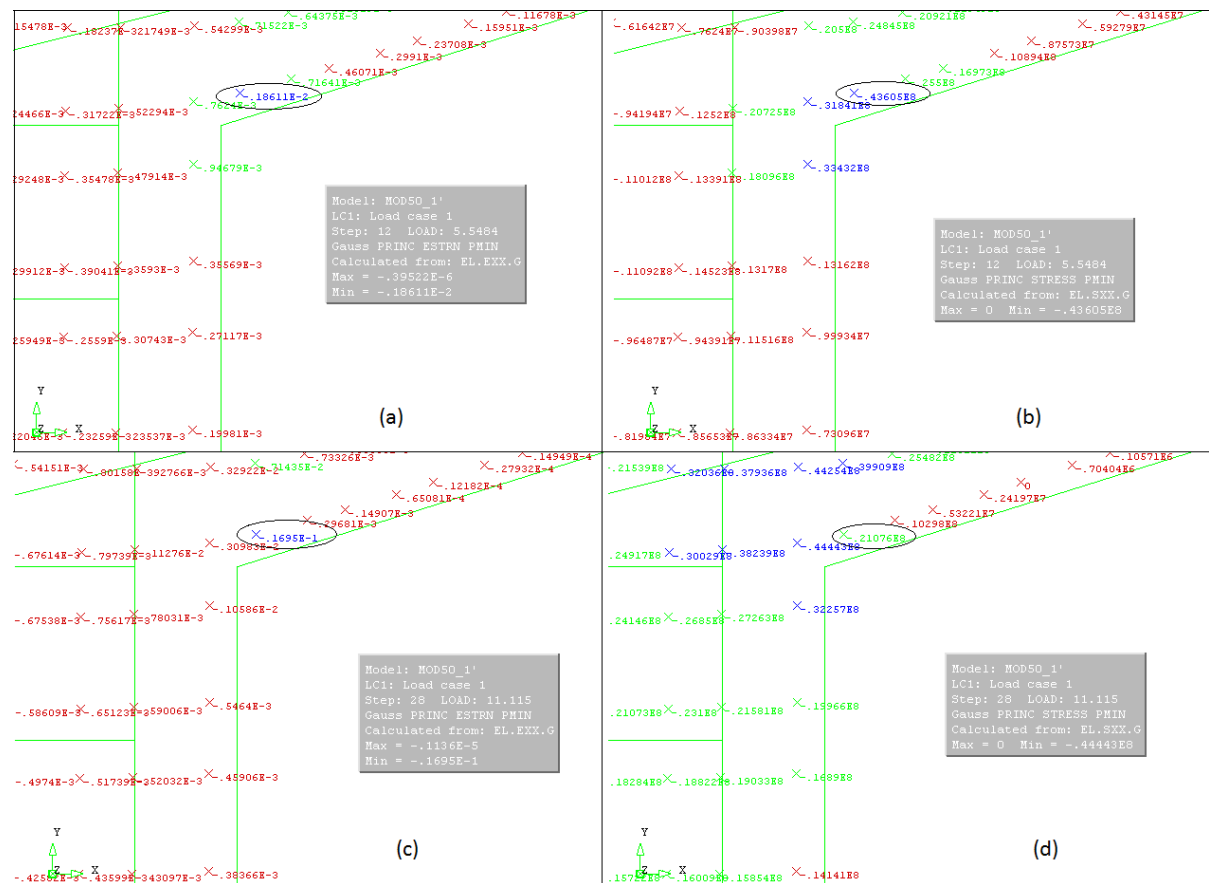


Fig. 4.38 - Explicação rotura do nó: (a) Extensões principais no momento de esmagamento do nó; (b) Tensões principais de compressão no momento de esmagamento do nó; (c) Extensões principais na rotura; (d) Tensões principais na rotura

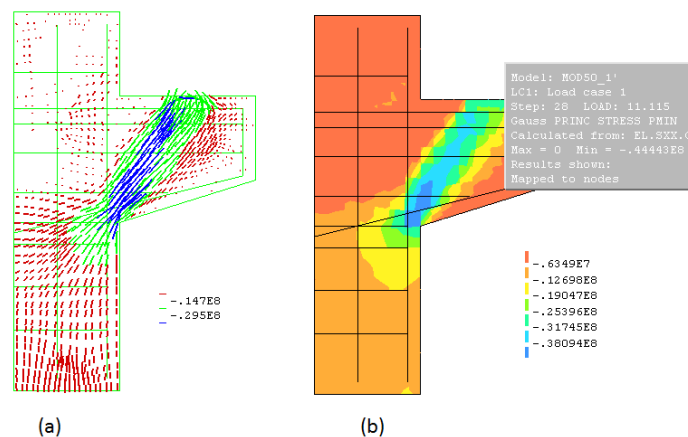


Fig. 4.39 - Tensões principais de compressão na rotura: (a) Vetores com as direções das tensões principais; (b) Mapa de tensões

Relativamente à migração das tensões principais para a zona paralela adjacente à escora diagonal (figura 4.39 (a)), também é observada para o modelo com classe de resistência C50, mas tal como no modelo para classe C35, as fendas nessa zona não são obtidas no modelo numérico que assim traduz apenas a referida migração.

Pela análise do mapa de tensões (figura 4.39 (b)) mais uma vez se conclui que o modelo de escoras e tirantes assumido no capítulo anterior traduz corretamente o fluxo de esforços internos na estrutura.

Na figura 4.40 está representada a deformada do modelo numérico para a classe de resistência C50. A deformada não difere muito da observada para a classe C35, pelo que o comportamento para a classe C35 e C50 é semelhante, tal como se verificava nos ensaios. A principal diferença é na maior deformação na zona próxima à face interna do apoio, pois no modelo para classe de resistência C50 ocorreu abertura de fenda nessa zona e o mesmo não sucedeu para a classe C35.

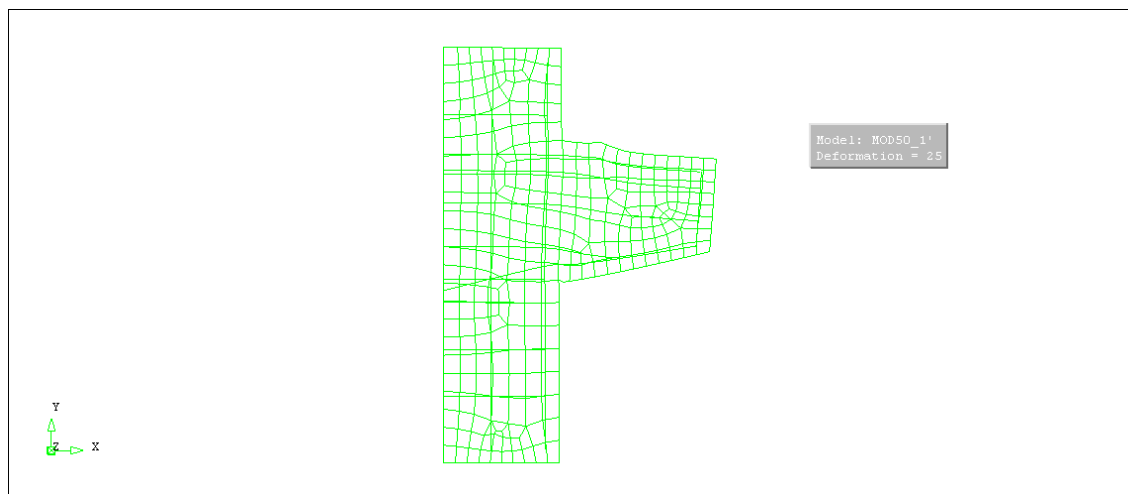


Fig. 4.40 – Deformada da peça na rotura

Tal como para a classe de resistência C35, o modelo numérico para a classe C50 consegue reproduzir na generalidade o que se observou nos ensaios, mas mais uma vez com a exceção do esmagamento do nó que não foi claro e tão prematuro nos ensaios e a não reprodução das fendas paralelas à escora de compressão diagonal.

Pelo referido para ambas as classes de resistência, conclui-se que a principal falha do modelo numérico foi não conseguir representar as fendas na zona paralela à escora. Este aspeto pode dever-se ao facto de o programa de cálculo DIANA assumir um modelo simplificado para o estado de tensão biaxial de compressão e tração. Na figura 4.41 encontra-se representado o modelo real e o simplificado e um exemplo de uma trajetória de tensões, onde o ponto P representa o ponto da trajetória das tensões (onde não abrem fendas no modelo numérico) onde se supõe que possa estar a trajetória de tensões na zona onde não abriram as fendas nas análises efetuadas.

A tracejado encontra-se marcado o modelo simplificado do estado de tensão biaxial e um exemplo de trajetória de tensões para se atingir o critério limite desse estado, enquanto a cheio se encontra marcado o estado de tensão biaxial que realmente se observa na estrutura e a trajetória de tensões para se atingir o limite.

O estado de tensão para se atingir a linha limite definida pelo modelo real é menos solicitado do que o necessário para atingir o limite no modelo simplificado assumido pelo programa de cálculo Diana, pelo que se conclui que o modelo numérico possa não ter apresentado as fendas na zona paralela à



escora diagonal de compressão caso a trajetória de tensões se encontre no tramo a tracejado antes de atingir o limite. O ponto P é um exemplo de um ponto da trajetória de tensões onde o modelo na estrutura já apresenta fendilhação mas que o modelo numérico ainda não as reproduz pois ainda não atingiu o seu critério limite.

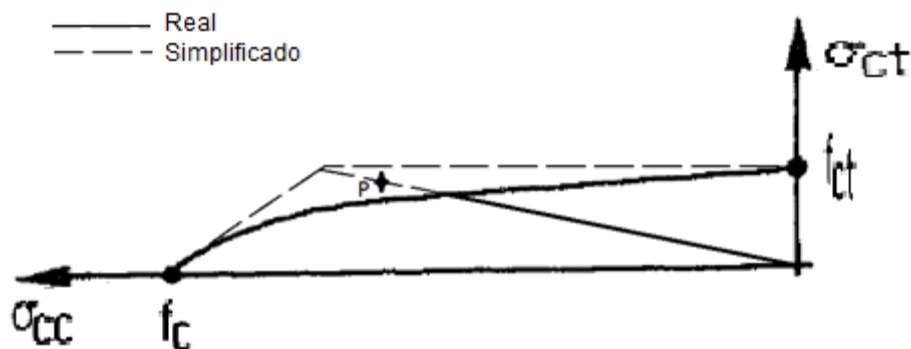


Fig. 4.41 – Estado de tensão biaxial tração-compressão real e simplificado e respectivas trajetórias de tensões (adaptado de [1])

Relativamente ao esmagamento do nó representado nos modelos, o mesmo se verifica nas análises presentes na literatura (ver 2.2.4) sem se verificar claramente o esmagamento do nó nessa zona pelas fotografias dos ensaios, pelo que se pode concluir que tanto na literatura como nos ensaios do trabalho em estudo, a rotura se deu por esmagamento da escora comprimida começando no nó de transição consola/pilar e propagando-se ao longo das fendas que já se encontravam abertas.



# 5

## CONCLUSÕES

A presente dissertação teve como principal objetivo a interpretação por via analítica e numérica do comportamento ao longo de ensaios à rotura de consolas curtas de betão armado com amarrações adequadas e inadequadas.

A campanha experimental efetuada apresentou resultados semelhantes aos presentes na literatura no que respeita a modos de rotura (rotura da escora comprimida) e padrões de fendilhação. No entanto, nenhum dos casos reportados na literatura apresentava disposições não regulamentares, pelo que a possível antecipação de rotura devido a problemas de amarração (deslizamento dos varões) ou mesmo roturas causadas pelos mesmos problemas não se encontram reportadas na bibliografia pelo que seria necessário um maior número de estudos para se fazer uma comparação mais fundamentada do observado nesta campanha. Os provetes com armadura soldada apresentaram valores de resistência semelhante aos provetes sem soldadura, mas no entanto apresentaram uma maior rigidez inicial. As medições obtidas com o transdutor de deslocamento horizontal evidenciam que nos provetes com armaduras não soldadas terá ocorrido deslizamento dos varões.

Para análise de possíveis problemas de amarração calcularam-se os comprimentos de amarração disponíveis e requeridos, concluindo-se que um dos modelos não tinha comprimento de amarração (modelo C50-P2) suficiente pelo que a sua rotura deveria ser uma rotura por amarração. Observou-se este aspeto nos ensaios com fendas na direção da armadura a apresentarem grande abertura na rotura, sendo que a fenda característica das restantes roturas (ao longo da escora diagonal comprimida) também surgiu com grande abertura. Para adicionar a esta observação, registou-se um valor de resistência final semelhante ao dos restantes modelos C50, pelo que se conclui que apesar da rotura parecer ser por escorregamento dos varões ao longo do comprimento de amarração, o provete conseguiu resistir para romper também a escora diagonal comprimida, assumindo assim um comportamento semelhante aos restantes modelos.

Sobre os ensaios foi ainda concluído que a rotura foi condicionada pelo betão e não pela cedência das armaduras pois a gama de valores em que variou a tensão de corte normalizada não dependeu da classe de resistência do betão.

A análise dos resultados obtidos nos ensaios por via analítica levou a resultados satisfatórios, pois conseguiu captar o modo de rotura (rotura da escora comprimida) dos provetes em geral, validar que não ocorreu cedência generalizada das armaduras principais e levou ainda a uma previsão da capacidade de carga conservativa, à exceção da previsão para o provete que rompeu por amarração. Esta análise permitiu validar o modelo de escoras e tirantes proposto.

Assim conclui-se que este modelo pode ser usado para outras análises de consolas curtas para previsão da sua capacidade de carga e modo de rotura.

Relativamente à análise numérica dos ensaios foram obtidas várias conclusões.

Do estudo paramétrico conclui-se que não deve ser considerado o efeito da redução da resistência à compressão do betão devido à presença de extensões transversais às tensões principais de compressão, pois a consideração deste efeito apresentou-se demasiado penalizador no que diz respeito à resistência final, levando a resistências muito abaixo das obtidas nos ensaios. Também se conclui que é essencial a inclusão do efeito da aderência entre betão e aço para traduzir melhor o patamar horizontal na rotura obtido nas curvas de deslocamento horizontal. Outra conclusão essencial deste estudo paramétrico é que o uso do modelo de fendas rotativas traduz melhor o comportamento da estrutura, cuja rotura foi frágil, enquanto o método das fendas fixas traduzia um comportamento dúctil.

Com este estudo também se conclui que os modelos pré-definidos pelo programa de cálculo DIANA que foram selecionados para tradução do comportamento não linear do betão podem ser usados em futuras análises. O modo como se definiu a largura de banda fendilhada também se conclui aceitável para reprodução do comportamento da estrutura e dos mecanismos de fratura não lineares.

Os modelos finais resultantes do estudo paramétrico levaram à validação das conclusões obtidas pelos ensaios e pela via analítica sobre a não cedência generalizada das armaduras e sobre o fluxo interno de tensões assumido no modelo proposto. Os modelos finais conseguiram em geral captar o comportamento da estrutura no que respeita a modo de rotura, padrão de fendilhação e deformação geral da peça. No entanto foram observadas falhas quando comparado o modelo numérico com o comportamento da peça nos ensaios. Uma das falhas é a apresentação prematura do esmagamento no de transição consola/pilar (algo que não se observou de forma categórica nos ensaios e que claramente não se observou para patamares tão baixos de carga como no modelo numérico). As fendas paralelas à escora diagonal também não foram representadas pelo modelo numérico. Esta última falha pode levar à conclusão que se deveria ter modelado o critério de rotura num estado de tensão biaxial de tração e compressão para que as fendas referidas fossem captadas, pelo que este aspeto se deve ter em conta em modelações que se venham a efetuar no futuro.

Assim conclui-se que com este trabalho se conseguiu descrever de forma geral o que sucedeu nos ensaios, sendo que as falhas apresentadas anteriormente terão que ser tidas em conta em modelações futuras para que a reprodução do comportamento dos ensaios seja ainda mais correta do que a apresentada neste trabalho.

## **BIBLIOGRAFIA**

- [1] Schlaich J, Schaefer K, Jennewein M. *Toward a Consistent Design of Structural Concrete*. PCI Journal, 1987, Vol.32(3), 74-150.
- [2] Schlaich J, Schaefer K. *Design and detailing of structural concrete using strut-and-tie models*. Structural engineer London, 1991, Vol.69(6),
- [3] Canha RMF, Kuchma DA, El Debs MK, Souza RAD. *Numerical analysis of reinforced high strength concrete corbels*. Engineering Structures, 2014, Vol.74 130-44.
- [4] Hwang SJ, Lee HJ. *Strength prediction for discontinuity regions by softened strut-and-tie model*. Journal of Structural Engineering, 2002, Vol.128(12), 1519-26.
- [5] He ZQ, Liu Z, Ma ZJ. *Investigation of load-transfer mechanisms in deep beams and corbels*. ACI Structural Journal, 2012, Vol.109(4), 467-76.
- [6] Figueiras JA. *Método Baseado no Modelo de Escoras e Tirantes*. Textos de apoio da unidade curricular de Estruturas Pré-Esforçadas. FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.
- [7] Eurocódigo2: Projecto de estruturas de betão, Parte 1-1: Regras gerais e regras para edifícios, (2004),
- [8] Vecchio FJ, Collins MP. *The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear*. Journal of the American Concrete Institute, 1986, Vol.83(2), 219-31.
- [9] Rots JG, Nauta P, Kusters GMA, Blaauwendraad J. *Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete*. Heron, 1985, Vol.30(1),
- [10] Pimentel MJS, *Numerical Modelling for Safety Examination of Existing Concrete Bridges*. Dissertação de Doutoramento, FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto
- [11] Leitão PPL, *Análise dos Efeitos das Deformações Impostas em Estruturas de Betão Armado*. Dissertação de Mestrado, FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2011.
- [12] Hillerborg A, Modéer M, Petersson PE. *Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements*. Cement and Concrete Research, 1976, Vol.6(6), 773-81.
- [13] Sousa CFF, *Continuidade estrutural em tabuleiros de pontes construídos com vigas pré-fabricadas. Soluções com ligação em betão armado*. Dissertação de Mestrado, FEUP - Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, 2004.
- [14] Thomas Telford, CEB-FIP Model Code 1990, (1991), Thomas Telford, London.
- [15] fib Model Code 2010, (2010)
- [16] Bulletin n°3: Structural Concrete. Textbook on Behaviour, Design and Performance, Vol.3, (1999), Lausanne.
- [17] Bažant ZP, Oh BH. *Crack band theory for fracture of concrete*. Matériaux et Constructions, 1983, Vol.16(3), 155-77.

- [18] Vonk RA. *Micromechanical investigation of softening of concrete loaded in compression*. Heron, 1993, Vol.38(3), 5-94.
- [19] Markeset G, Hillerborg A. *Softening of concrete in compression - Localization and size effects*. Cement and Concrete Research, 1995, Vol.25(4), 702-8.
- [20] Pramono E, William K. *Fracture energy-based plasticity formulation of plain concrete*. Journal of Engineering Mechanics, 1989, Vol.115(6), 1183-204.
- [21] Kupfer HB, Gerstle KH. *Behaviour of Concrete Under Biaxial Stresses*. ASCE J Eng Mech Div, 1973, Vol.99(EM4), 853-66.
- [22] Walraven JC, Reinhardt HW. *Theory and Experiments on the Mechanical Behaviour of Cracks in Plain and Reinforced Concrete Subjected to Shear Loading*. Heron, 1981, Vol.26(1 A),
- [23] Kriz LB, Rathes CH. *Connections in Precast Concrete Structures: Strength of Corbels*. Journal of the Prestressed Concrete Institute, 1965, Vol.10(1), 16-61.
- [24] Fattuhi N. *Strength of SFRC Corbels Subjected to Vertical Load*. Journal of Structural Engineering, 1990, Vol.116(3), 701-18.
- [25] Strauss A, Mordini A, Bergmeister K. *Nonlinear finite element analysis of reinforced concrete corbels at both deterministic and probabilistic levels*. Computers and Concrete, 2006, Vol.3(2-3), 123-44.
- [26] Syroka E, Bobiński J, Tejchman J. *FE analysis of reinforced concrete corbels with enhanced continuum models*. Finite Elements in Analysis and Design, 2011, Vol.47(9), 1066-78.
- [27] Foster SJ, Gilbert RI. *The design of nonflexural members with normal and high-strength concretes*. ACI Structural Journal, 1996, Vol.93(1), 3-10.
- [28] Foster SJ, Powell RE, Selim HS. *Performance of high-strength concrete corbels*. ACI Structural Journal, 1996, Vol.93(5), 555-63.
- [29] Aziz OQ, Othman ZS. *Ultimate Shear Strength of Reinforce High Strength Concrete Corbels Subjected to Vertical Load*. Al-Rafidain Engineering, 2010, Vol.18(1), 1-12.
- [30] Corley WG, Rabbat BG, 318 ACIAC, ACI. Building Code Requirements for Structural Concrete, ACI 318-95, and Commentary, ACI 318R-95 1995.
- [31] Russo G, Venir R, Pauletta M, Somma G. *Reinforced concrete corbels - Shear strength model and design formula*. ACI Structural Journal, 2006, Vol.103(1), 3-10.
- [32] Hwang SJ, Lu WY, Lee HJ. *Shear strength prediction for reinforced concrete corbels*. Aci Structural Journal, 2000, Vol.97(4), 543-52.
- [33] Yong Y, Balaguru P. *Behavior of Reinforced High-Strength-Concrete Corbels*. Journal of Structural Engineering, 1994, Vol.120(4), 1182-201.
- [34] Pimentel MJS, Nunes SCB. *Realização de Testes de Carga em Modelos de Betão Armado*. LABEST / FEUP (2014)

- [35] Analysis DFE. *Manual release 9.4.4*. Delf, Netherlands: TNO Building and Construction Reserach. Department of Computacional Mechanics; 2012.
- [36] Pimentel M, Brüwhiler E, Figueiras J. *Extended cracked membrane model for the analysis of RC panels*. Engineering Structures, 2010, Vol.32(8),1964-75.







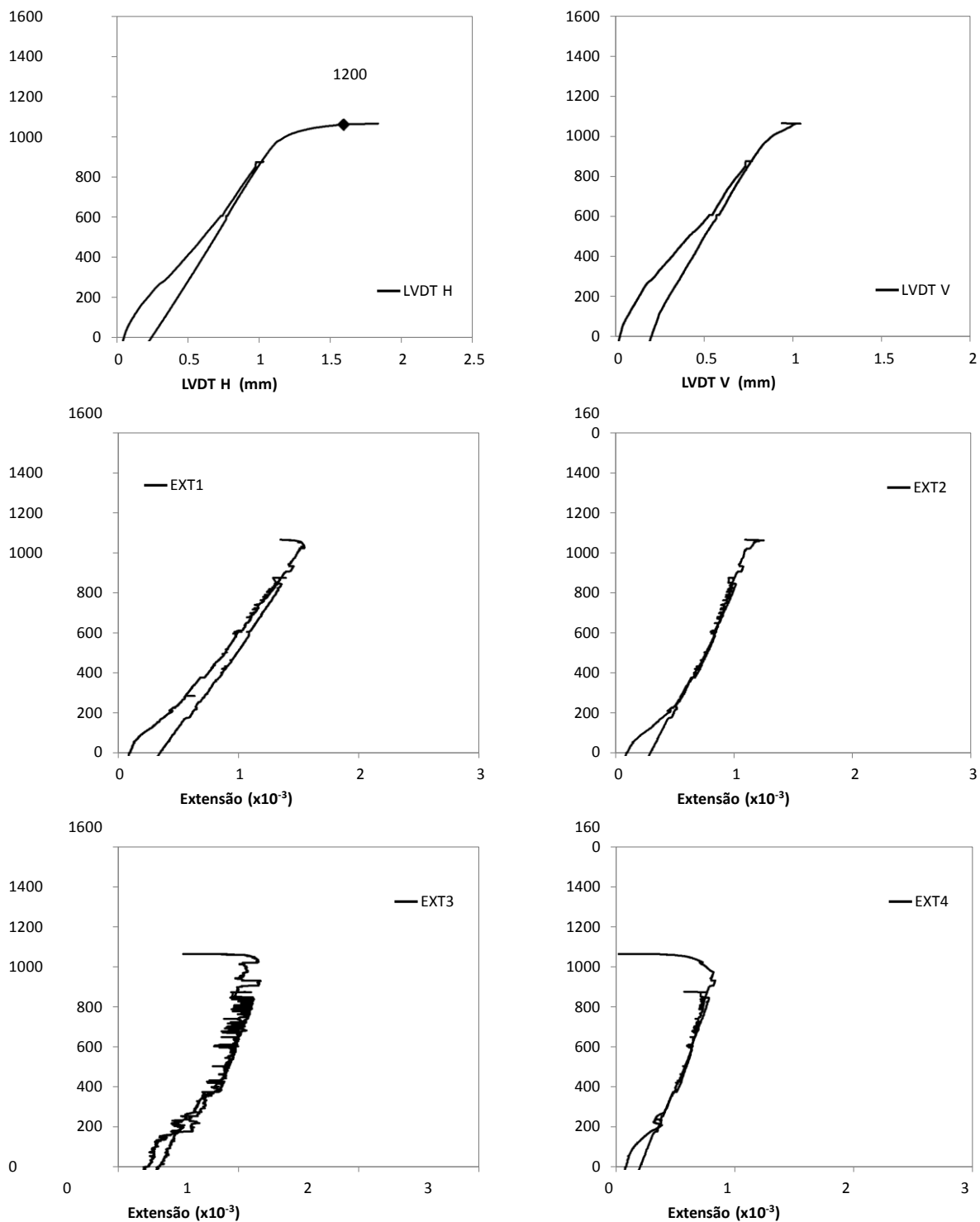
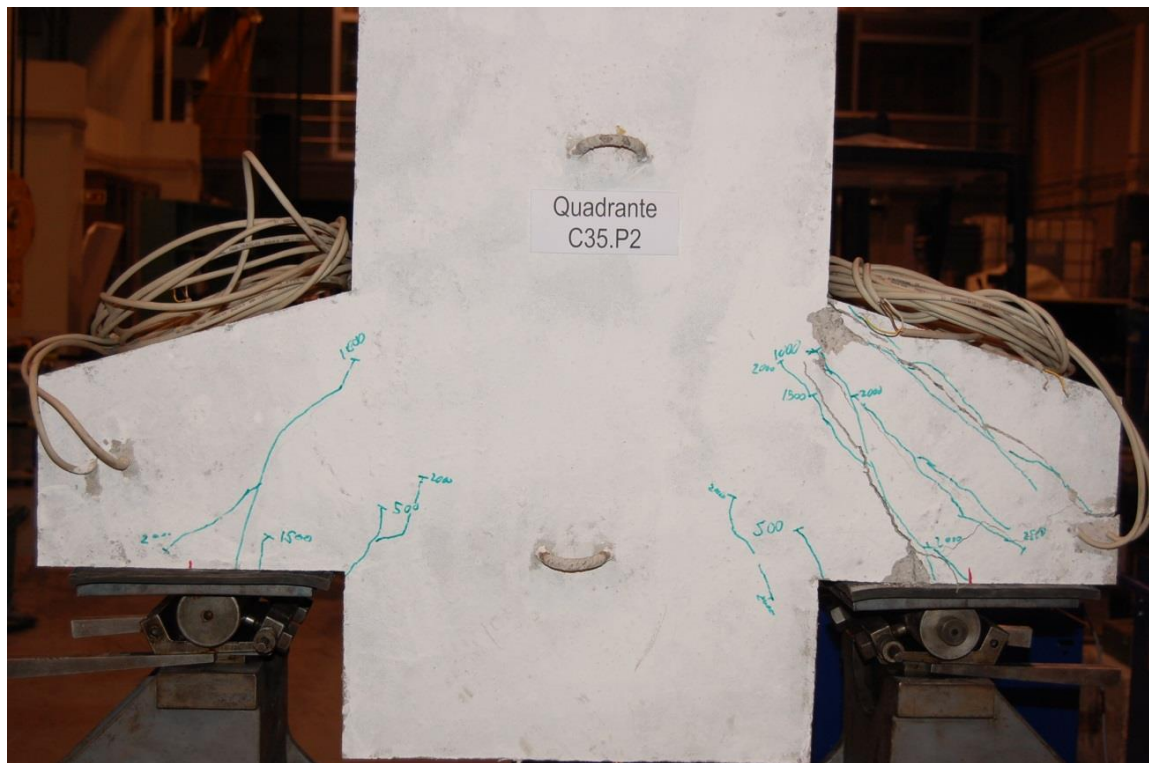


Figura A 2 - C35-P1: carga de rotura F=1200kN/consola

## MODELO C35-P2



(a)



(b)



(c)

Figura A 3 - C35-P2: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior da consola na qual ocorreu a rotura

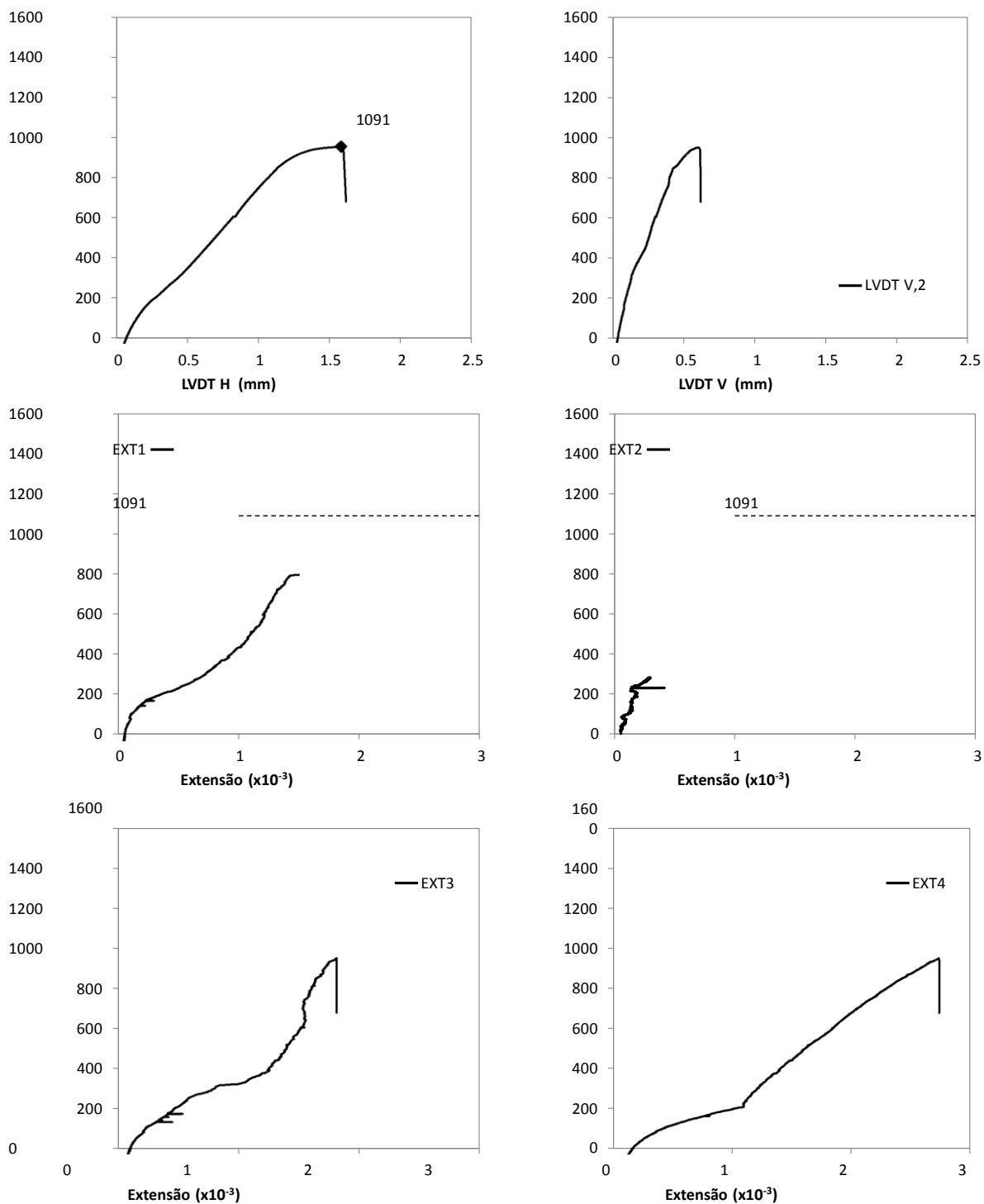
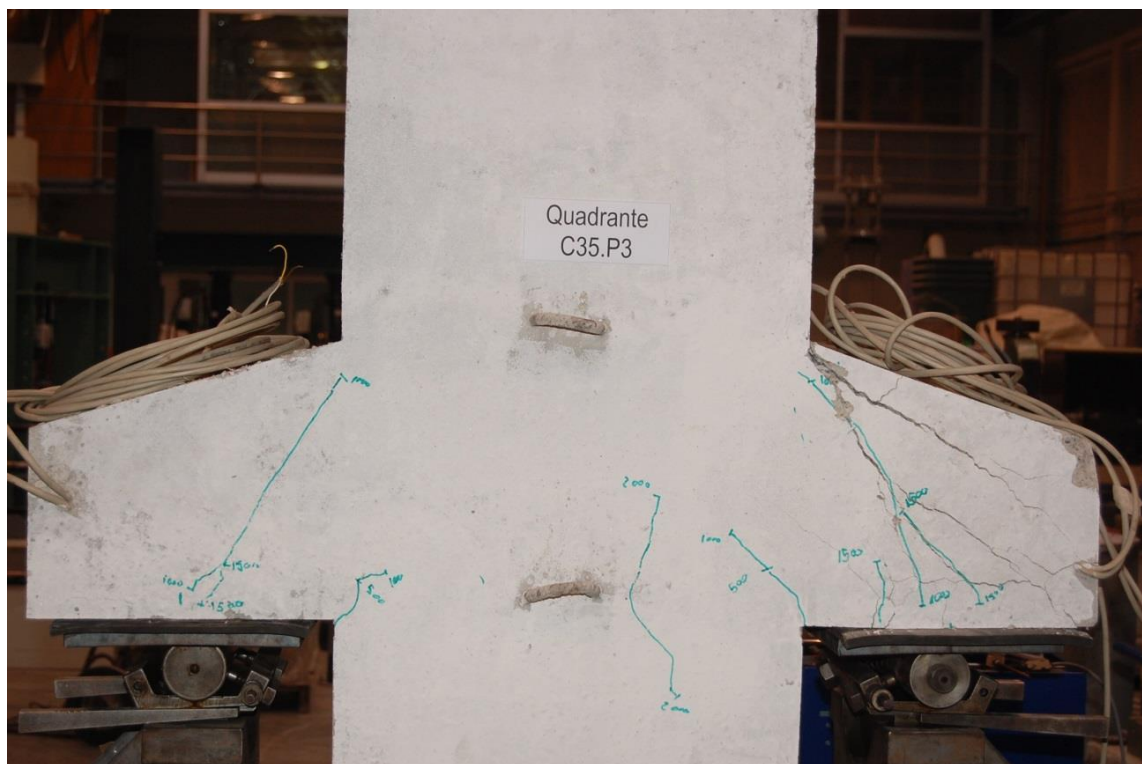


Figura A 4 - C35-P2: carga de rotura F=1091kN/consola

**MODELO C35-P3**

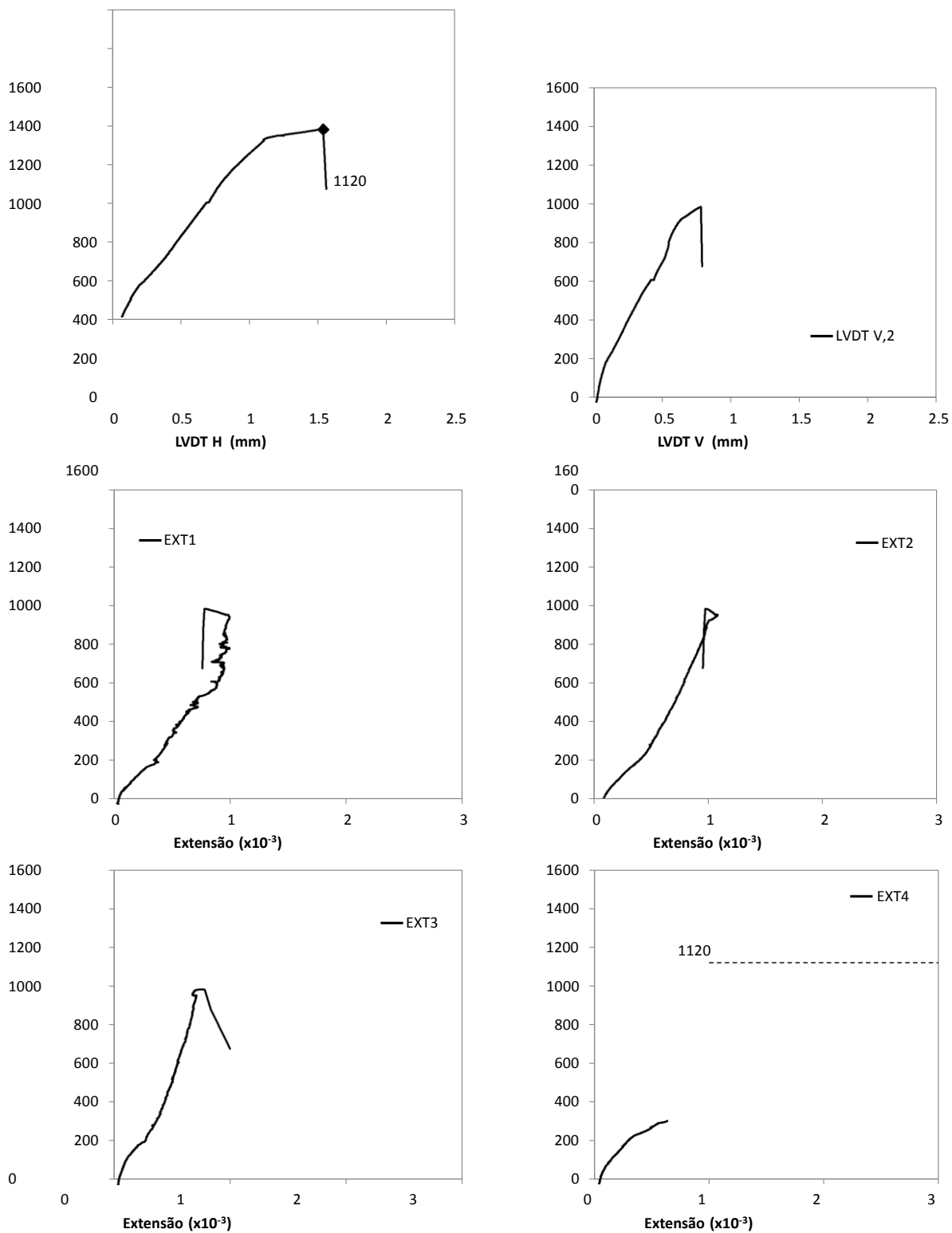


Figura A 6 - C35-P3: carga de rotura  $F=1120$  kN/consola



## MODELO C35-P4S



(a)



(b)



(c)

Figura A 7 - C35-P4S: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior(\*) da consola na qual ocorreu a rotura. (\*) Após destruição da camada de recobrimento para verificação do estado da soldadura

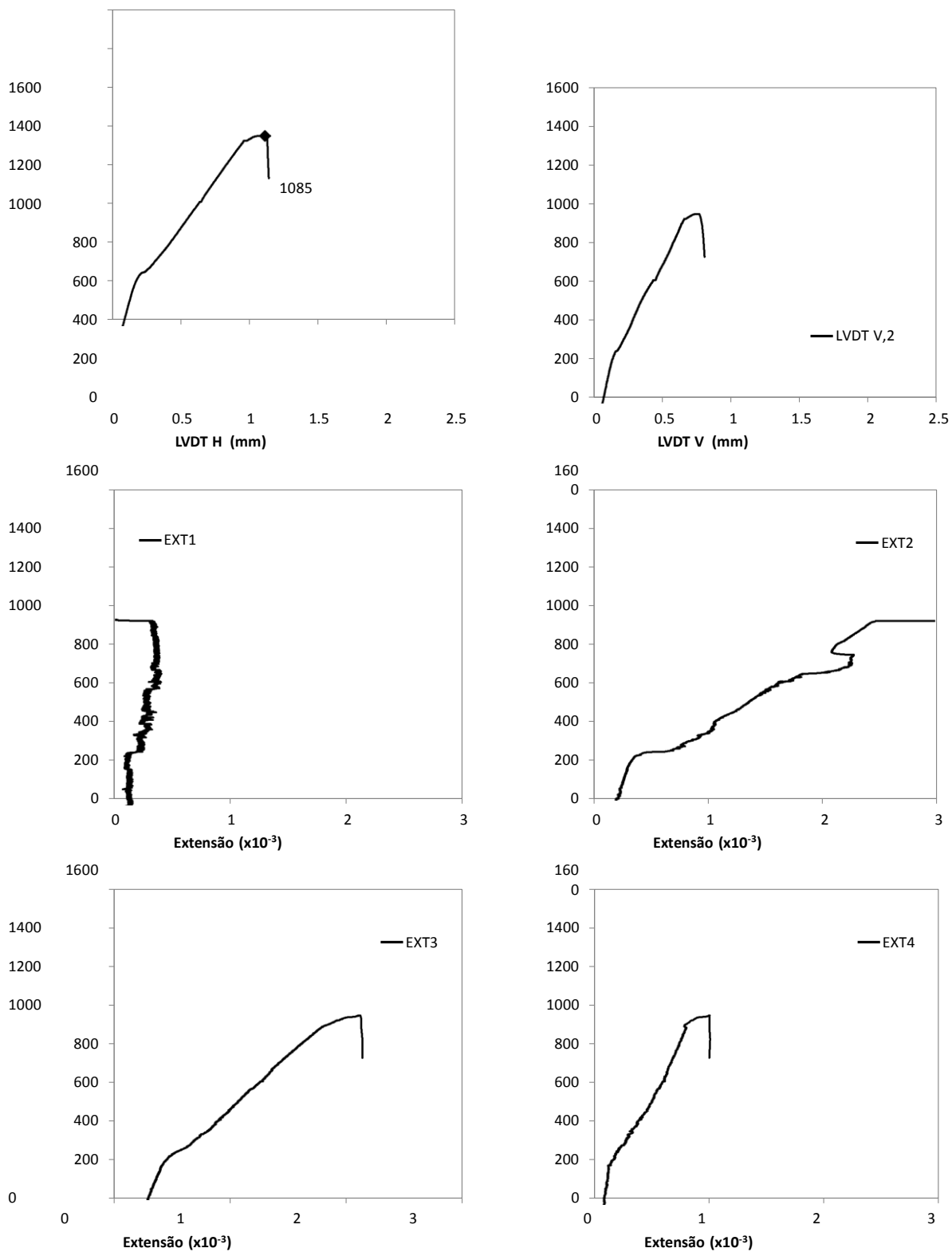
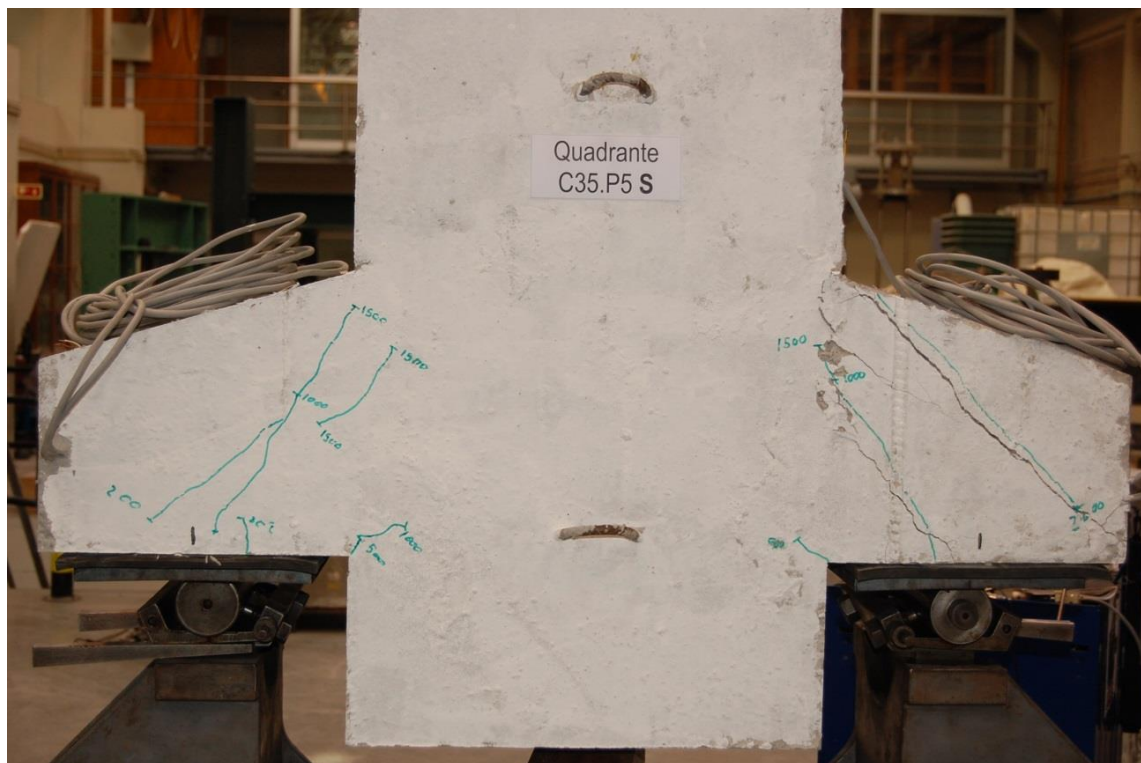


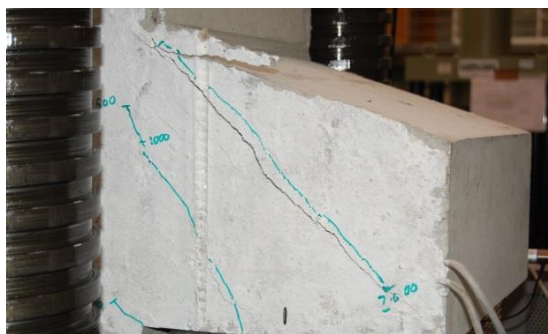
Figura A 8 - C35-P4S: carga de rotura  $F=1085\text{kN}/\text{consola}$



## MODELO C35-P5S



(a)



(b)



(c)

Figura A 9 - C35-P5S: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior(\*) e posterior da consola na qual ocorreu a rotura. (\*) A fotografia corresponde a um instante anterior à rotura

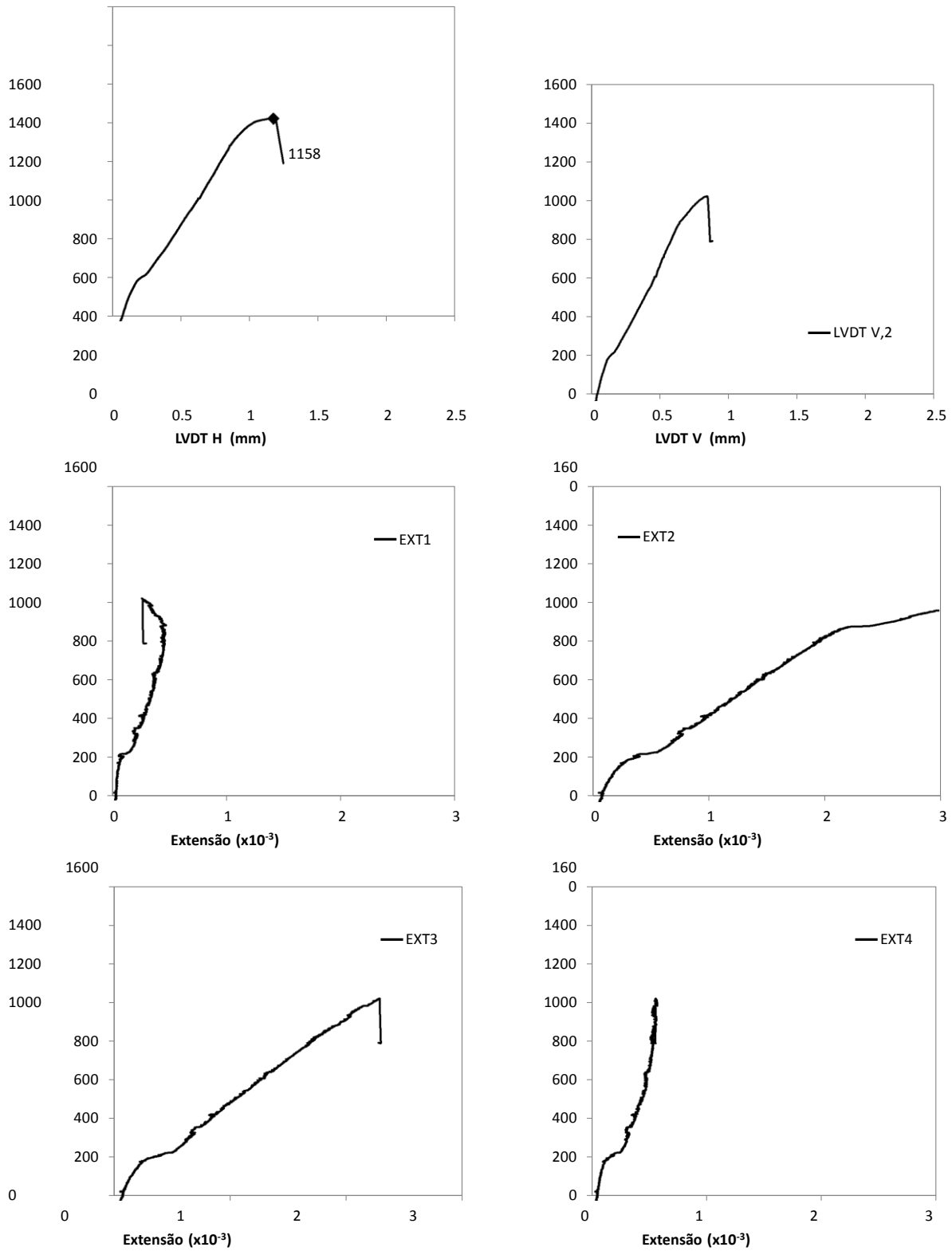
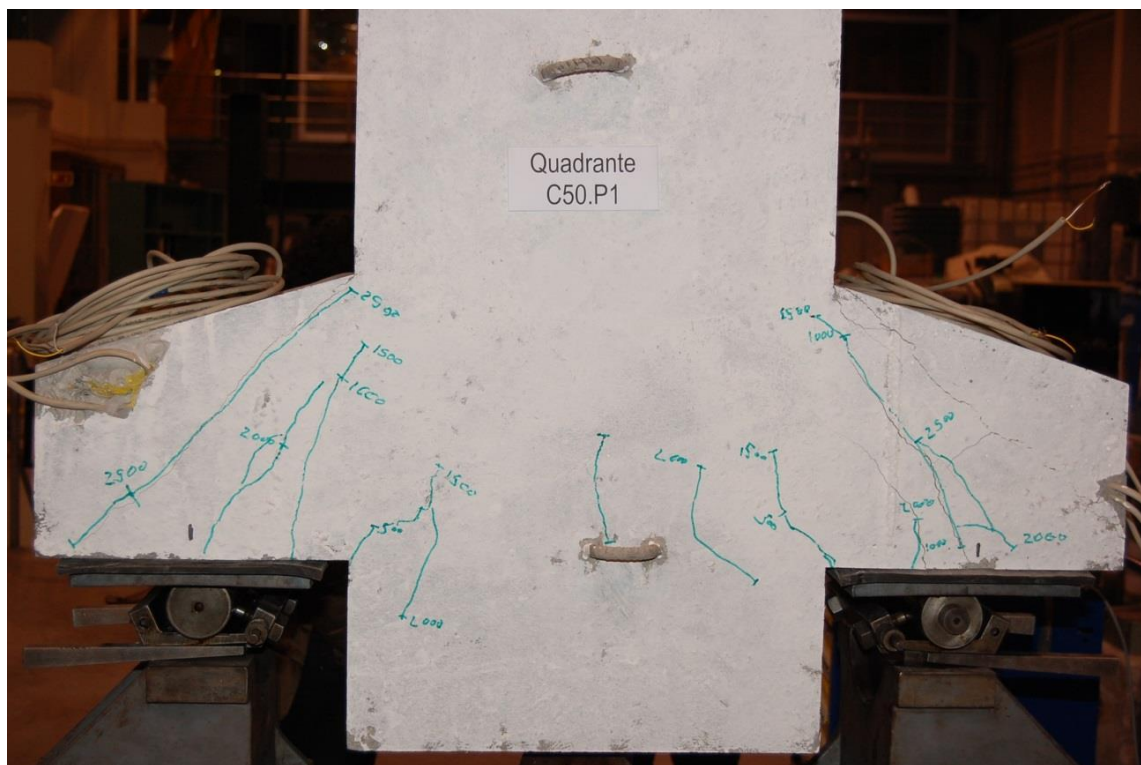


Figura A 10 - C35-P5S: carga de rotura  $F=1158\text{kN/consola}$

## MODELO C50-P1



(a)



(b)



(c)

Figura A 11 - C50-P1: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior da consola na qual ocorreu a rotura

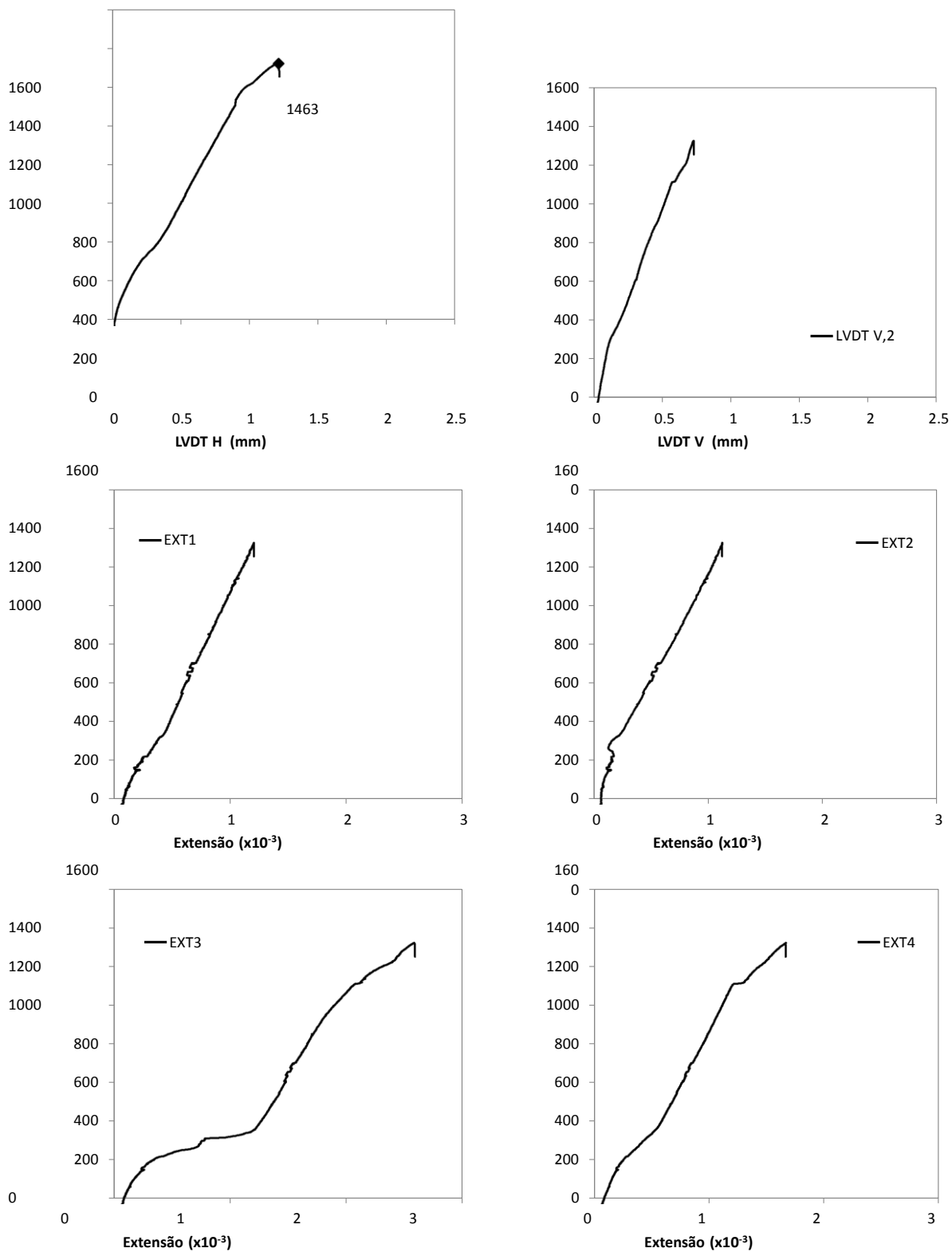
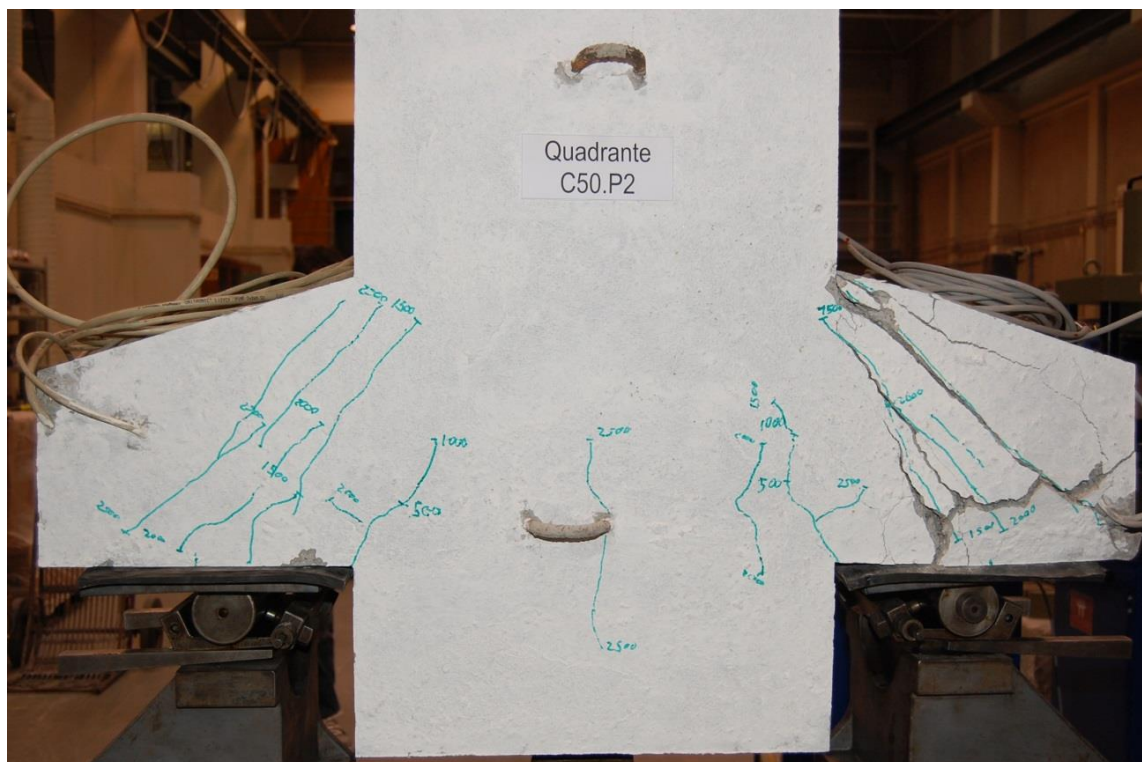


Figura A 12 - C50-P1: carga de rotura  $F=1463 \text{ kN}$ /consola

**MODELO C50-P2**

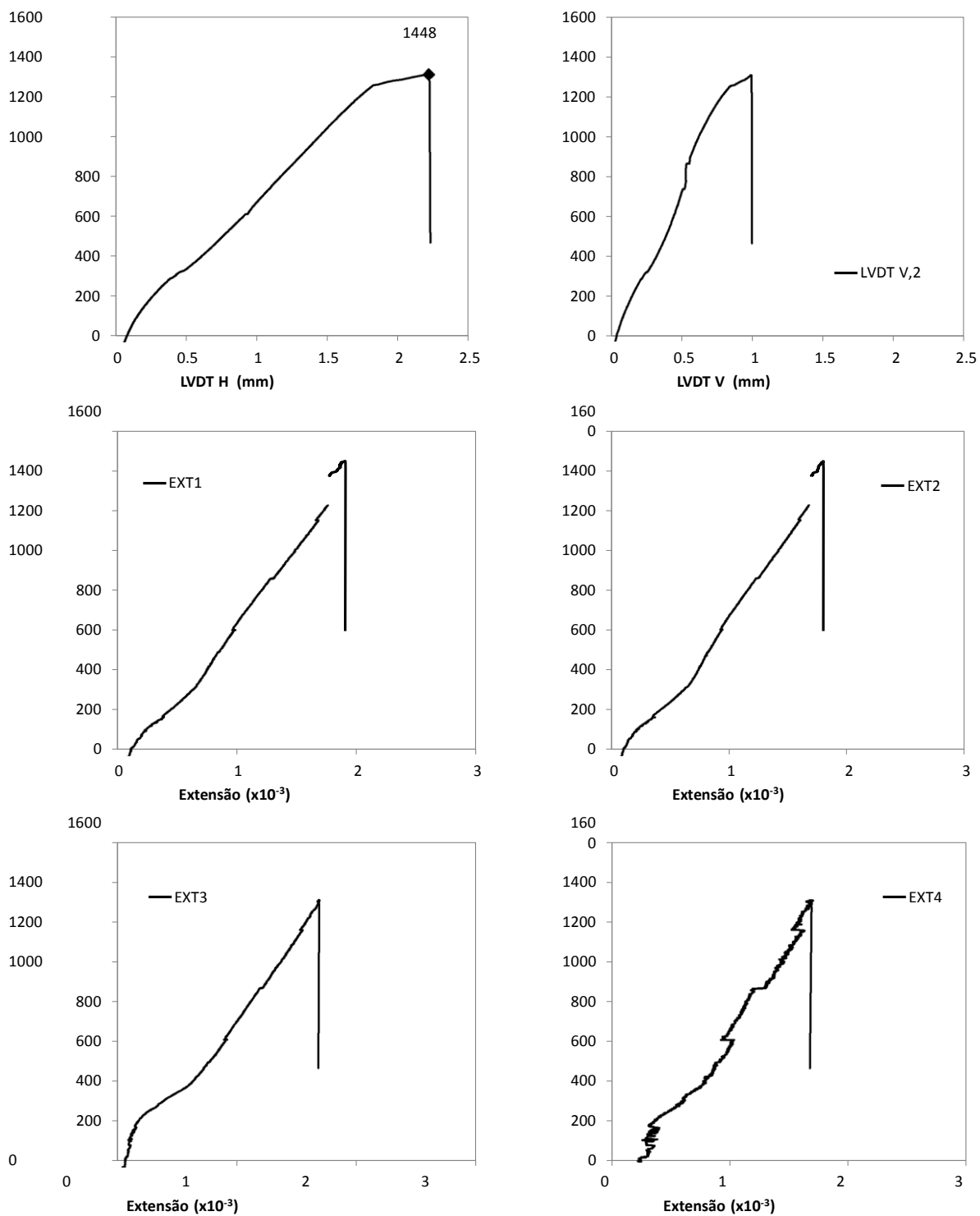
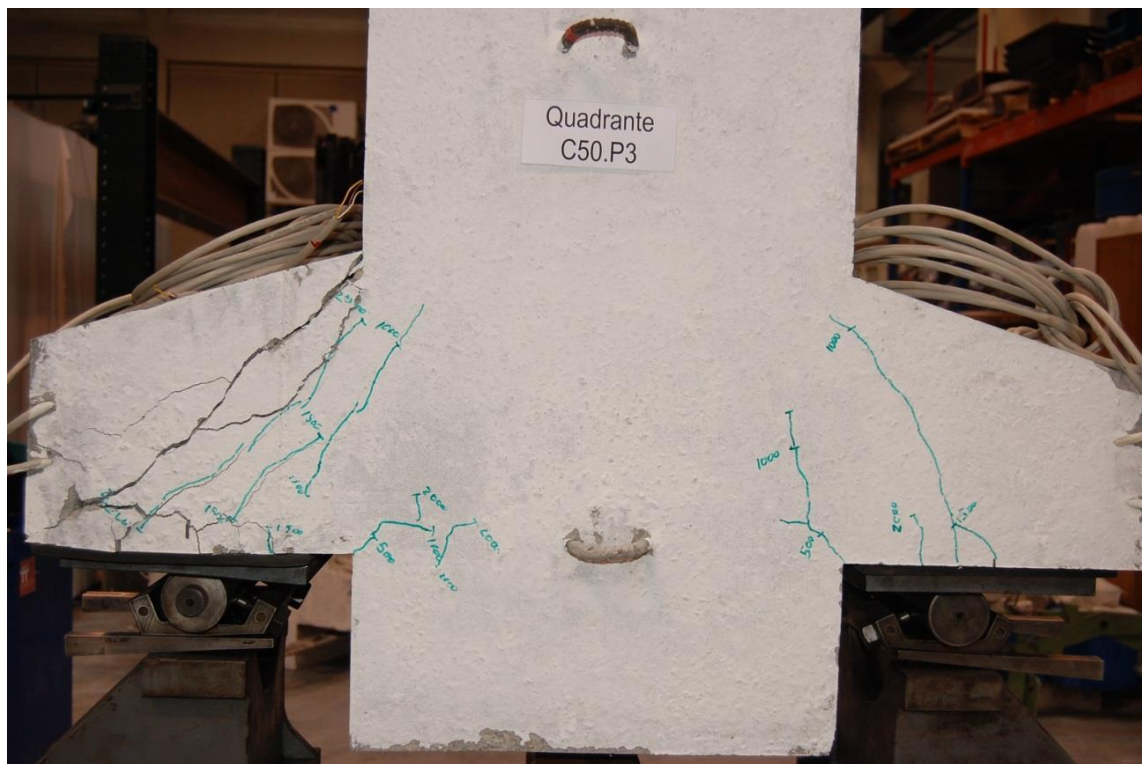


Figura A 14 - C50-P2: carga de rotura  $F=1448\text{kN}/\text{consola}$



### MODELO C50-P3



(a)



(b)



(c)

Figura A 15 - C50-P3: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior da consola na qual ocorreu a rotura

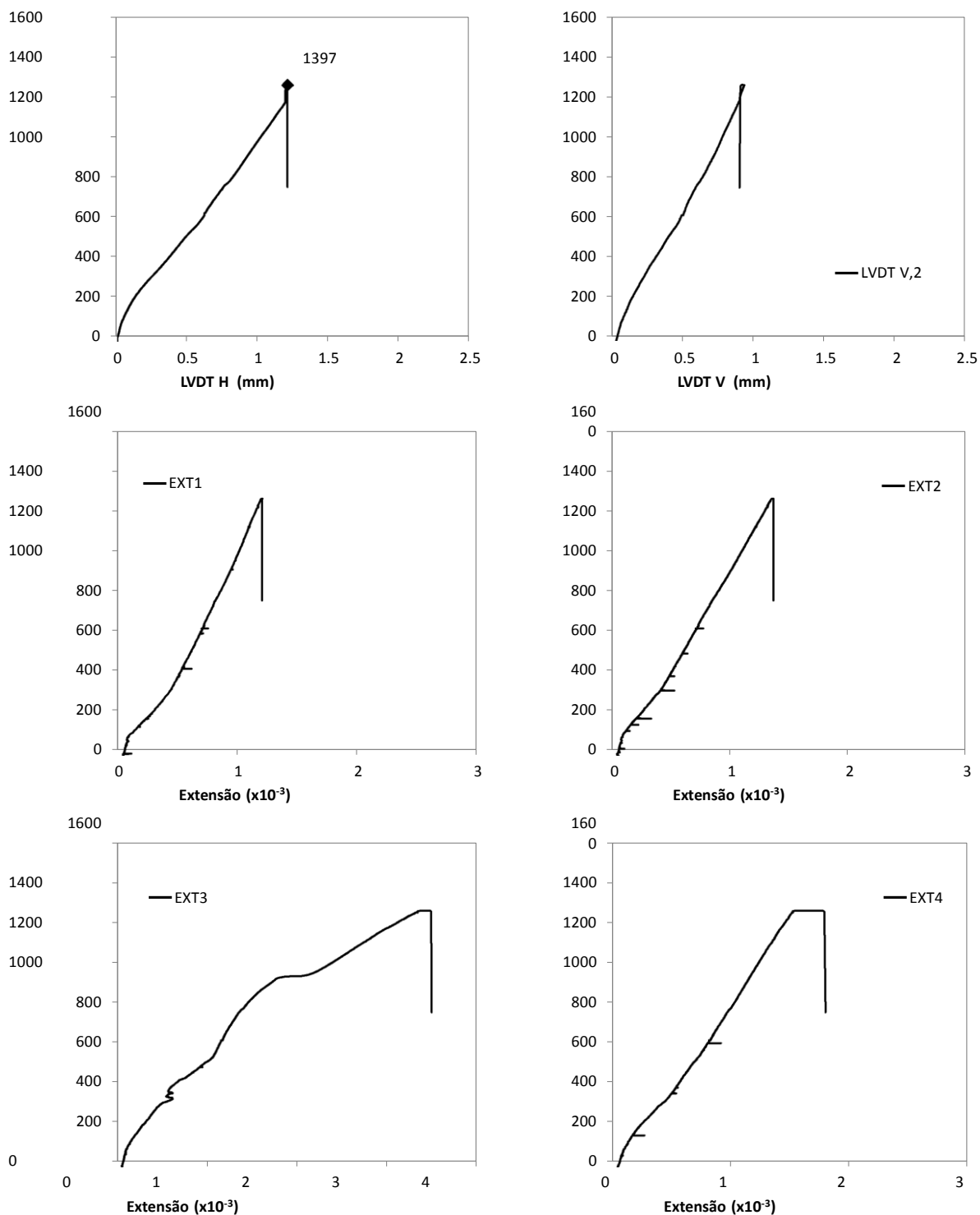
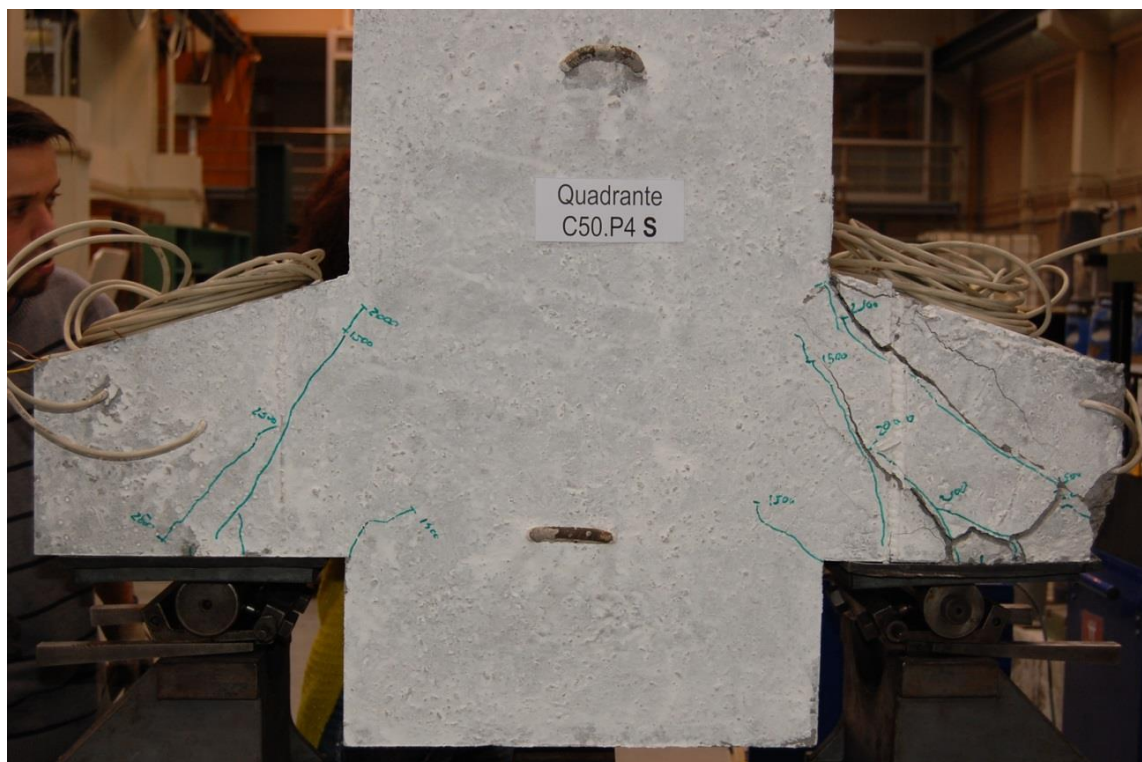


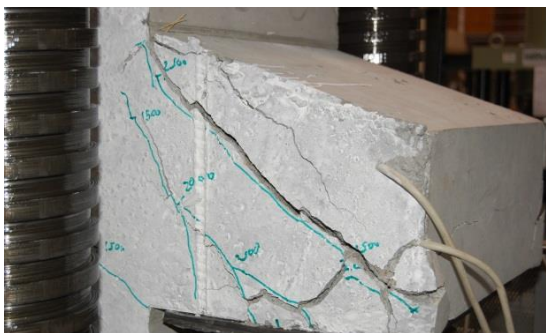
Figura A 16 - C50-P3: carga de rotura  $F=1397\text{kN}/\text{consola}$



## MODELO C50-P4S



(a)



(b)



(c)

Figura A 17 - C50-P4S: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior da consola na qual ocorreu a rotura

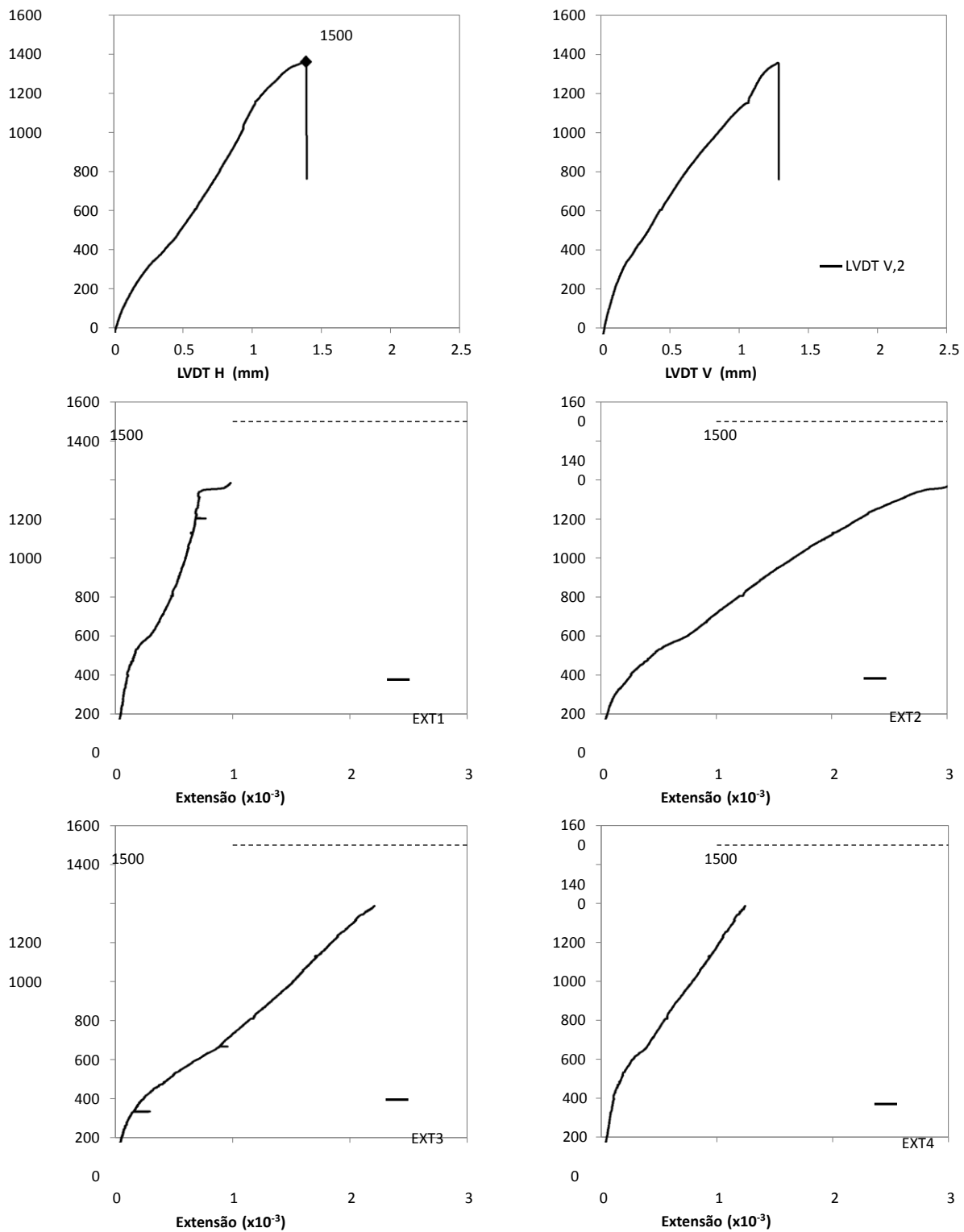
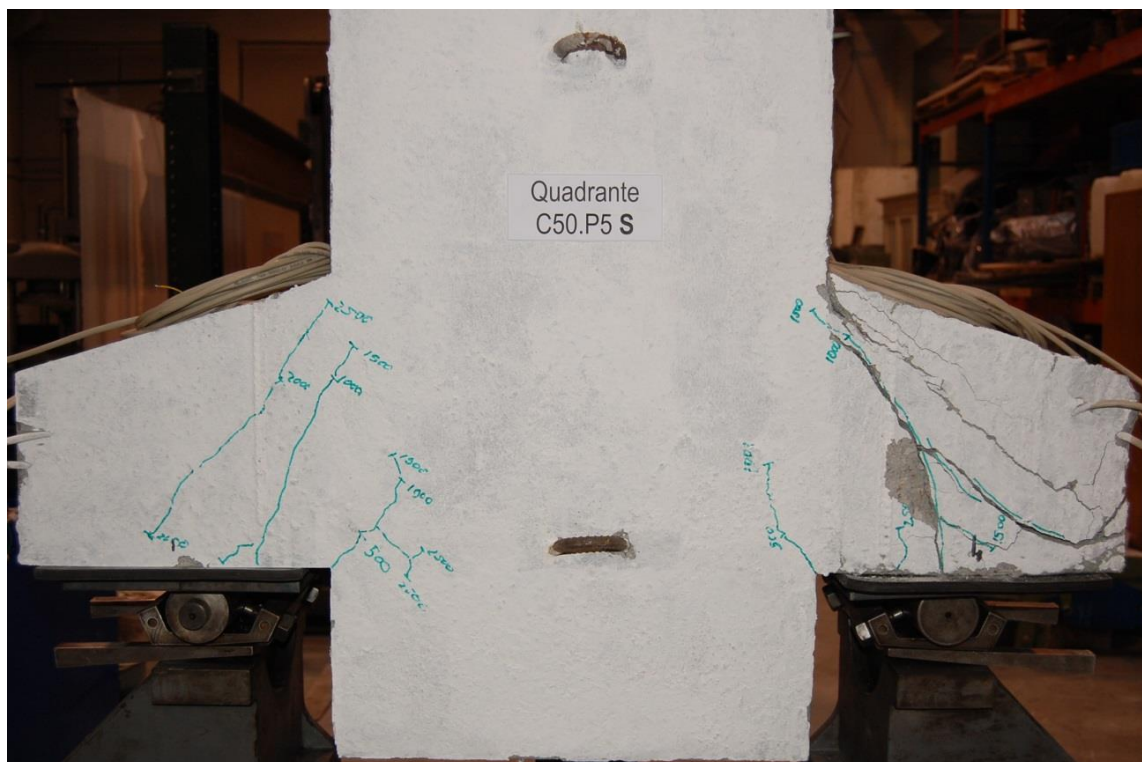


Figura A 18 - C50-P4S: carga de rotura  $F=1500\text{kN}/\text{consola}$

## MODELO C50-P5S



(a)



(b)



(c)

Figura A 19 - C50-P5S: Fotografias após a rotura: (a) Vista global; (b) e (c) Vistas anterior e posterior da consola na qual ocorreu a rotura

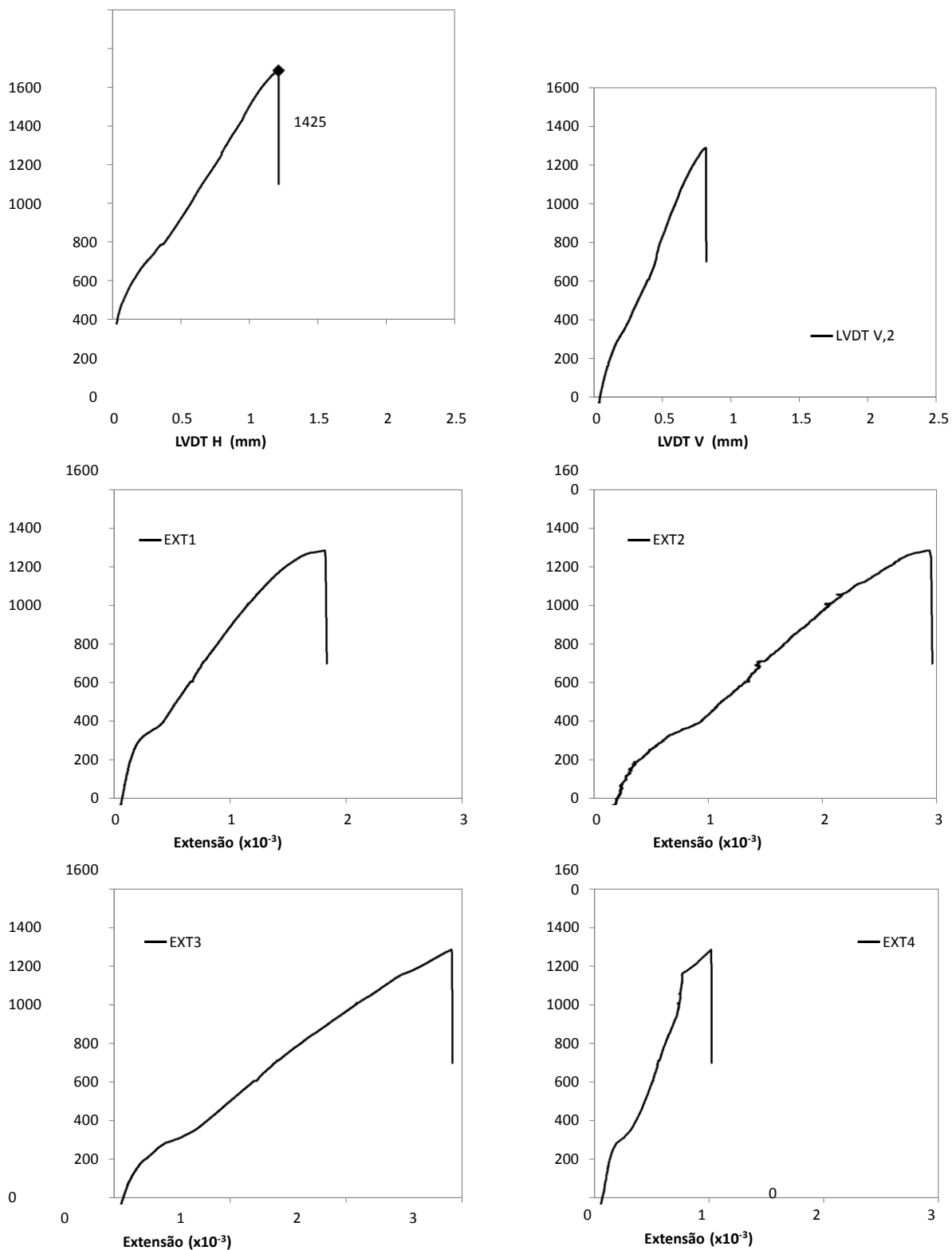


Figura A 20 - C50-P5S: carga de rotura  $F=1425\text{kN}/\text{consola}$

## ANEXO B: DISPOSIÇÃO DE ARMADURAS NOS PROVETES ENSAIADOS

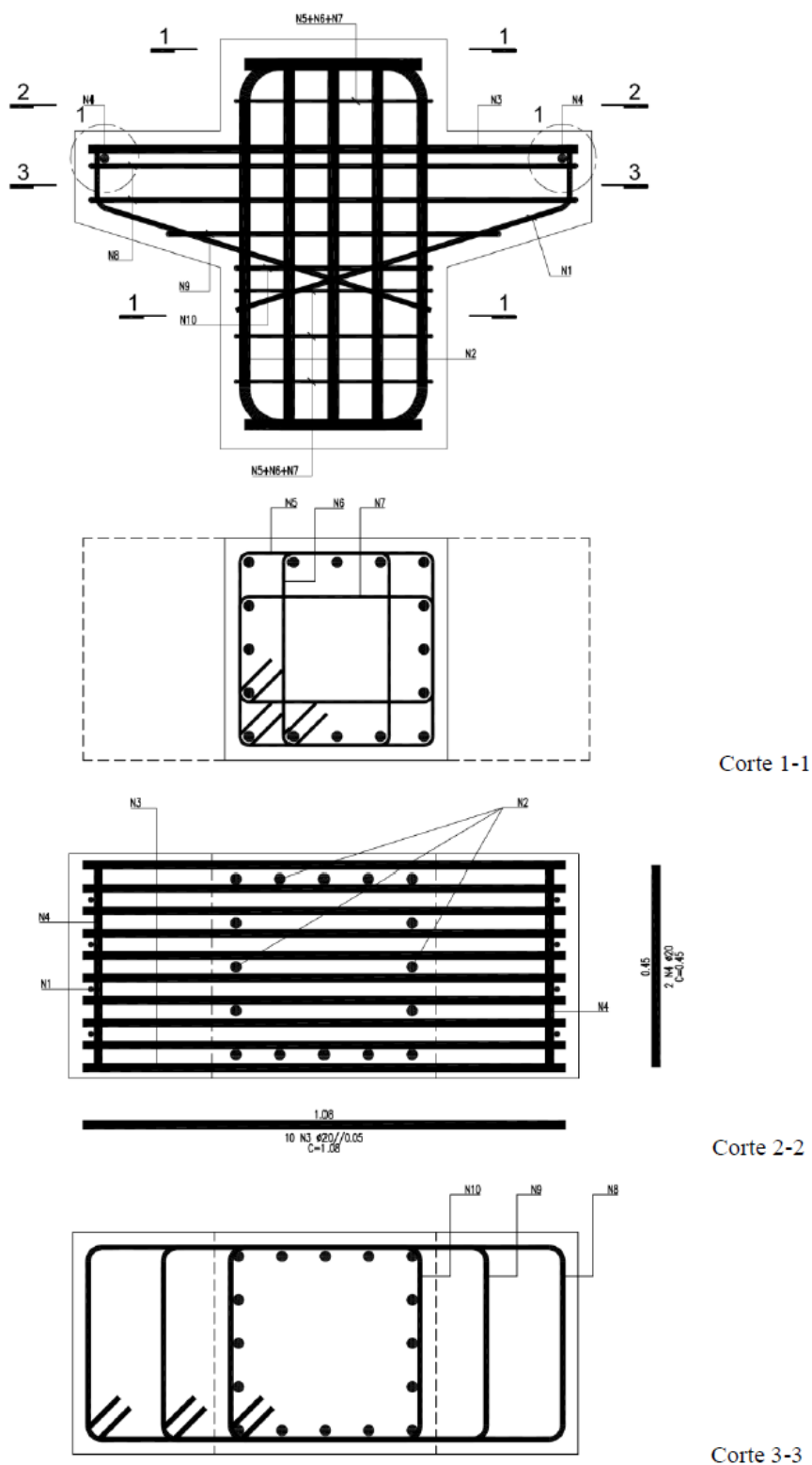


Figura B 1 – Armaduras dos modelos ensaiados: N1, N9, N10 e N11 -  $\varnothing 12$ ; N2 -  $\varnothing 25$ ; N3 e N4 -  $\varnothing 20$ ; N5, N6 e N7 -  $\varnothing 8$



## ANEXO C: TABELAS DE APOIO À PREVISÃO ANALÍTICA DA CAPACIDADE DE CARGA

**TABELA C1 – CARACTERÍSTICAS DE RESISTÊNCIA E GEOMÉTRICOS DOS MODELOS**

	fc	fc,1s	fc1	fc2	fy	$\phi$	As	b	b2	h	a	bap	cv	ch	d	$\rho$	a/d
	(Mpa)	(Mpa)	(Mpa)	(Mpa)	(Mpa)	(mm)	(cm <sup>2</sup> )	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(cm)	(%)	(-)
C35-P0	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	3,3	2,5	25,7	2,44	0,62
C35-P1	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	4,0	2,8	25	2,51	0,64
C35-P2	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	3,2	3,0	25,8	2,43	0,62
C35-P3	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	3,8	2,2	25,2	2,49	0,63
C35-P4S	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	1,7	2,0	27,3	2,30	0,59
C35-P5S	35	29,8	25,6	21,7	550	20	31,4	50	45	30	16	11	2,2	3,0	26,8	2,34	0,60
C50-P0	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	1,3	2,3	27,7	2,27	0,58
C50-P1	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	2,5	2,8	26,5	2,37	0,60
C50-P2	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	6,0	2,5	23	2,73	0,70
C50-P3	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	2,7	1,3	26,3	2,39	0,61
C50-P4S	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	2,5	2,5	26,5	2,37	0,60
C50-P5S	50	42,5	34,0	28,9	550	20	31,4	50	45	30	16	11	2,6	2,8	26,4	2,38	0,61

**TABELA C2 –MET ASSUMINDO CEDÊNCIA DAS ARMADURAS**

	Assumindo cedência das armaduras					
	$\omega$	$\cotg\theta$	$F_{mod}/(b.d.fc1)$	a3	F	$\sigma_{c3}/f_{c2}$
	(-)	(-)	(-)	(m)	(kN)	(-)
C35-P0	0,53	1,15	0,46	0,14	1498	1,70
C35-P1	0,54	1,19	0,45	0,15	1454	1,57
C35-P2	0,52	1,15	0,46	0,14	1504	1,73
C35-P3	0,54	1,18	0,45	0,14	1466	1,60
C35-P4S	0,49	1,08	0,46	0,11	1596	2,10
C35-P5S	0,50	1,10	0,46	0,12	1565	1,96
C50-P0	0,37	0,94	0,39	0,11	1828	1,73
C50-P1	0,38	0,99	0,39	0,13	1749	1,48
C50-P2	0,44	1,14	0,39	0,18	1513	0,99
C50-P3	0,39	0,99	0,39	0,13	1736	1,45
C50-P4S	0,38	0,99	0,39	0,13	1749	1,48
C50-P5S	0,38	0,99	0,39	0,13	1743	1,46

**NOTA:** E A rosa encontram-se representados os modelos cuja hipótese de cedência da armadura não é válida pois para se obter essa carga já teria ocorrido o esmagamento do betão na escora diagonal comprimida.

**TABELA C3 –MET ASSUMINDO ESMAGAMENTO DA ESCORA DIAGONAL COMPRIMIDA**

	Assumindo esmagamento da escora												
	cotgθ	a1	a2	a3	a4	F <sub>mod</sub> /(b.d.fc1)		σ <sub>s</sub>		Resíduo	F	σ <sub>cap</sub>	σ <sub>c3</sub>
	(-)	(m)	(m)	(m)	(m)	(-)		(Mpa)		2,3E-04	(kN)	(Mpa)	(Mpa)
C35-P0	0,90	0,079	0,071	0,14	0,11	0,31	0,31	291	291	1,3E-05	1012	20,45	21,75
C35-P1	0,95	0,082	0,078	0,15	0,11	0,33	0,33	320	320	1,8E-05	1052	21,26	21,75
C35-P2	0,89	0,079	0,070	0,14	0,11	0,30	0,30	287	287	1,6E-05	1006	20,33	21,75
C35-P3	0,94	0,081	0,076	0,15	0,11	0,32	0,32	311	311	1,5E-05	1041	21,03	21,75
C35-P4S	0,80	0,071	0,057	0,12	0,09	0,26	0,26	233	233	6,6E-06	914	18,46	21,75
C35-P5S	0,83	0,074	0,061	0,13	0,10	0,28	0,28	250	250	8,9E-06	945	19,10	21,75
C50-P0	0,78	0,069	0,054	0,12	0,09	0,25	0,25	293	293	1,6E-05	1180	23,85	28,9
C50-P1	0,85	0,075	0,064	0,13	0,10	0,28	0,28	346	346	2,5E-05	1281	25,88	28,9
C50-P2	1,14	0,089	0,102	0,18	0,14	0,39	0,39	555	555	2,8E-05	1521	30,73	28,9
C50-P3	0,86	0,076	0,066	0,13	0,10	0,29	0,29	356	356	2,7E-05	1297	26,21	28,9
C50-P4S	0,85	0,075	0,064	0,13	0,10	0,28	0,28	346	346	2,5E-05	1281	25,88	28,9
C50-P5S	0,85	0,076	0,065	0,13	0,10	0,29	0,29	351	351	2,6E-05	1289	26,05	28,9

**NOTA:**E A rosa encontra-se representado o modelo (C50-P2) cuja hipótese de esmagamento do betão na escora não é válida por já ter ocorrido cedência das armaduras antes de ocorrer o esmagamento de betão.